

Characteristic curve at the inlet of a culvert-type hydraulic model

Curva característica en la entrada de un modelo hidráulico tipo alcantarilla

Roberto Arellano-Choca¹; Mauricio Carrillo-García^{1*}; Agustín Ruíz-García¹; Humberto Iván Navarro-Gómez²; Mario Alberto Vázquez-Peña¹

¹Universidad Autónoma Chapingo. Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, Estado de México, C. P. 56230, MÉXICO.

²Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Carretera Pachuca-Actopan km 4.5, Campo de Tiro, Pachuca de Soto, Hidalgo, C. P. 42039, MÉXICO.

*Corresponding author: mauricio@correo.chapingo.mx, tel. 55 27 82 00 66.

Abstract

Introduction: Due to the hypotheses set out in the equations for the design of hydraulic structures, the flow does not follow a real behavior; therefore, it is necessary to build physical and numerical models to obtain adequate results.

Objective: To obtain the characteristic curve of the real behavior of the transition zone of a culvert with inlet control, as well as the mathematical models of the hydraulic operation.

Methodology: The experiment was carried out in a physical model built and instrumented with two sensors: an HC-SR04 for measuring the water level and an FS400a for the discharge. The inlet discharge was varied with a gate valve to obtain the characteristic curve. By means of least-squares fitting, the mathematical models for the weir, transition, orifice and overall operation zones were obtained.

Results: The characteristic curve of the system was fitted to a third degree polynomial. The global model $Q = f(H)$ ranged from 0.066 to 0.286 m, where 25 % of the water surface heights ($0.066 < H \leq 0.117$ m) behaved as a weir, 23.53 % ($0.117 < H \leq 0.165$ m) as a transition zone and 51.47 % ($0.165 < H \leq 0.286$ m) as an orifice, obtaining in all cases an $R^2 > 0.98$.

Study limitations: The models obtained can only be scaled in culverts with geometry similar to the physical model studied.

Originality: We worked with experimental data and the weir-orifice transition model.

Conclusions: The transition zone presented a curved trend, although the linear model, found in the literature, only loses 0.2 % accuracy.

Resumen

Introducción: Debido a las hipótesis planteadas en las ecuaciones para el diseño de estructuras hidráulicas, el flujo no sigue un comportamiento real; por ello, es necesario construir modelos físicos y numéricos para obtener resultados adecuados.

Objetivo: Obtener la curva característica del comportamiento real de la zona de transición de una alcantarilla con control de entrada, así como los modelos matemáticos del funcionamiento hidráulico.

Metodología: El experimento se realizó en un modelo físico construido e instrumentado con dos sensores: un HC-SR04 para medir el nivel del agua y un FS400a para el caudal. Se varió el caudal de entrada con una válvula de compuerta. Para obtener la curva característica. Mediante el ajuste por mínimos cuadrados se obtuvieron los modelos matemáticos para las zonas de vertedor, transición, orificio y funcionamiento global.

Resultados: La curva característica del sistema se ajustó a un polinomio de grado tres. El modelo global $Q = f(H)$ varió de 0.066 a 0.286 m, en donde el 25 % de las alturas de la superficie del agua ($0.066 < H \leq 0.117$ m) se comportó como vertedor, el 23.53 % ($0.117 < H \leq 0.165$ m) como zona de transición y el 51.47 % ($0.165 < H \leq 0.286$ m) como orificio, obteniendo en todos los casos una $R^2 > 0.98$.

Limitaciones del estudio: Los modelos obtenidos sólo pueden ser escalados en alcantarillas con geometría semejante al modelo físico estudiado.

Originalidad: Se trabajó con datos experimentales y el modelo de transición vertedor-orificio.

Conclusiones: La zona de transición presentó una tendencia curva, aunque el modelo lineal, encontrado en la literatura, sólo pierde un 0.2 % de precisión.

Keywords: distance sensor, flow meter, weir-orifice transition, Froude similarity law.

Palabras clave: sensor de distancia, caudalímetro, transición vertedor-orificio, ley de similitud de Froude.



Introduction

A culvert is defined as a short passageway or closed conduit to transport water from one place to another, usually on transport routes (road, rail or other embankment), which in turn contributes to meeting the needs of surface drainage, thus fulfilling the function of a passage structure for water and protection for transport routes (Chaudhry, 2008; Schall, Thompson, Zerges, Kilgore, & Morris, 2012). When the culvert inlet is submerged, its operation corresponds to an orifice (American Society of Civil Engineers/Water Environment Federation [ASCE], 1992; Normann, Houghtalen, & Johnson, 1985; Urban Drainage and Flood Control District [UDFCD], 2016) or a gate (Henderson, 1966); otherwise, its behavior is similar to the flow of a broad-crested weir (ASCE, 1992). If the outlet is submerged, it is called a drowned discharge or, failing that, a free discharge (Normann et al., 1985; Tullis & Robinson, 2008).

In hydraulics, knowing the behavior of structures during their operation is essential; for this, it is necessary to determine, experimentally, the relationship between the variables of interest, which is called the characteristic curve. In particular, for control structures (such as orifices, gates, weirs, siphons, among others) a relationship between the operating load and the discharge is sought (Charbeneau, Henderson, & Sherman, 2006). In a culvert, two types of control can be presented: 1) inlet, in which the discharge that can pass through the conduit depends only on the conditions of the inlet, and 2) outlet, in which the characteristics of the conduit and the outlet must be added together (Alonso, 2005).

Traditionally, analysis of submerged and unsubmerged inlet operation is done separately, resulting in curves that may or may not overlap; this makes identification of the transition uncertain (Charbeneau et al., 2006). Huffman, Fangmeier, Elliot, and Workman (2013) show a composite curve for weir and orifice operation without considering this zone.

Until the middle of the last century, the transition zone was given little importance and was not considered in hydraulic culvert design procedures (Charbeneau et al., 2006). At the end of the last century, Normann et al. (1985) proposed a simple operating curve for culverts, in which they indicated the operating curve of the orifice and the weir with a tangent line joining both curves. Likewise, Charbeneau et al. (2006) started from the individual curves and made a least-squares fitting for the transition zone. Considering that there is not enough information about the hydraulic behavior in a weir-orifice transition in culverts, and with the hypothesis that the behavior of the load-flow ratio is not linear, the aim of the present work was to obtain

Introducción

Una alcantarilla está definida como un camino de paso corto o conducto cerrado para transportar agua de un lugar a otro, por lo general en vías de comunicación (carretera, ferrocarril u otro terraplén), que a su vez contribuye a satisfacer las necesidades de drenaje superficial, cumpliendo así la función de estructura de paso para el agua y de protección para las vías de comunicación (Chaudhry, 2008; Schall, Thompson, Zerges, Kilgore, & Morris, 2012). Cuando la entrada de la alcantarilla se encuentra sumergida, su funcionamiento corresponde a un orificio (American Society of Civil Engineers/Water Environment Federation [ASCE], 1992; Normann, Houghtalen, & Johnson, 1985; Urban Drainage and Flood Control District [UDFCD], 2016) o una compuerta (Henderson, 1966); en caso contrario, su comportamiento es similar al flujo de un vertedor con cresta ancha (ASCE, 1992). Si la salida se encuentra sumergida se denomina descarga ahogada o, en su defecto, descarga libre (Normann et al., 1985; Tullis & Robinson, 2008).

En hidráulica, conocer el comportamiento de las estructuras durante su operación es fundamental; para ello, es necesario determinar, experimentalmente, la relación entre las variables de interés, la cual recibe el nombre de curva característica. En particular, para estructuras de control (como orificios, compuertas, vertedores, sifones, entre otros) se busca una relación entre la carga de operación y el caudal de descarga (Charbeneau, Henderson, & Sherman, 2006). En una alcantarilla se pueden presentar dos tipos de control: 1) de entrada, en el cual el caudal que puede pasar por el conducto depende únicamente de las condiciones de la entrada, y 2) de salida, en el cual se deben sumar las características del conducto y de la salida (Alonso, 2005).

Tradicionalmente, el análisis del funcionamiento con entrada sumergida y no sumergida se realiza por separado, lo que da como resultado curvas que pueden o no traslaparse; esto provoca que la identificación de la transición sea incierta (Charbeneau et al., 2006). Huffman, Fangmeier, Elliot, y Workman (2013) muestran una curva compuesta por el funcionamiento del vertedor y el orificio sin considerar dicha zona.

Hasta mediados del siglo pasado, la zona de transición recibía poca importancia, por lo que no era considerada en los procedimientos de diseño hidráulico de alcantarillas (Charbeneau et al., 2006). A finales del siglo pasado, Normann et al. (1985) plantearon una curva de funcionamiento para alcantarillas en forma simple, en la que señalaban la curva de funcionamiento del orificio y del vertedor con una línea tangente que une ambas curvas. Asimismo, Charbeneau et al. (2006) partieron de las curvas individuales y realizaron un ajuste mediante mínimos cuadrados para la zona de transición. Considerando que no existe suficiente información del

the characteristic curve of the real behavior of the transition zone of a culvert with inlet control, as well as the mathematical models of the hydraulic operation. This was done by varying the water level continuously in a physical model designed, built and instrumented with low-cost sensors.

Materials and methods

Culvert design

The design of a culvert requires a local hydrological study to obtain the design discharge (Chanson, 2000). Typically, storm-produced runoff is assumed to have a return time of 25 to 50 years (Alonso, 2005). The design discharge and embankment height are associated to determine the diameter or height of the conduit, or conduits, as the case may be. The minimum diameter of the conduit is 0.31 m (12") for culverts in channels (Arteaga, 1992), and from 0.40 to 0.60 m for relief ones (García-Trisolini, 2011). The Colombian *Ministerio de Obras Públicas* (MOP, 1967) recommends a minimum diameter of 0.91 m (36 in) for major roads considering their required maintenance work, and 1.22 m (48 in) or 1.52 m (60 in) for those areas where there is considerable sediment drag. Likewise, on secondary roads the diameter should not be less than 0.61 m (24 in), nor less than 0.46 m (18 in) on roads or access routes according to the Nicaraguan *Ministerio de Transporte e Infraestructura* (MTI, 2008), which mainly considers maintenance. The conduit's cross section depends on the height of the embankment, construction cost, material and type of inlet (Chanson, 2000; Clark & Kehler, 2011; Schall et al., 2012).

Regarding length, the variable to be examined corresponds to the width of the obstacle to be crossed. According to the *Secretaría de Comunicaciones y Transportes* (SCT, 1991), for safety reasons, the minimum lane width is 4 m to be able to travel at 60 km·h⁻¹, in addition to one-meter clearance on each side for pedestrian movement, which generates a width of 6 m for a single-lane road and 10 m for a two-lane one. The operating speed must be between 1.5 and 2.5 m·s⁻¹ to meet the demands of load losses and silting (Arteaga, 1992), although the MOP (1967) specifies that the permissible speed depends on the physical characteristics of the terrain.

Finally, the construction slope, a parameter that directly governs the drainage capacity of the work, for a culvert in channels may have a zero slope (Arteaga, 1992); however, Schall et al. (2012) recommend a minimum slope of 0.005 % to ensure good drainage. For a relief culvert, there are no restrictions because it depends directly on the relief conditions present at the site; however, Arteaga (1992) mentions that the location should comply with certain characteristics

comportamiento hidráulico en una transición vertedor-orificio en las alcantarillas, y con la hipótesis de que el comportamiento de la relación carga-gasto no es lineal, el objetivo del presente trabajo fue obtener la curva característica del comportamiento real de la zona de transición de una alcantarilla con control de entrada, así como los modelos matemáticos del funcionamiento hidráulico. Lo anterior variando el nivel del agua en forma continua en un modelo físico diseñado, construido e instrumentado con sensores de bajo costo.

Materiales y métodos

Diseño de alcantarillas

El diseño de una alcantarilla requiere un estudio hidrológico local para obtener el caudal de diseño (Chanson, 2000). Normalmente, se adopta un escurrimiento producido por una tormenta con un tiempo de retorno de 25 a 50 años (Alonso, 2005). El caudal de diseño y la altura del terraplén se asocian para determinar el diámetro o la altura del conducto, o conductos según sea el caso. El diámetro mínimo del conducto es de 0.31 m (12") para alcantarillas en canales (Arteaga, 1992), y de 0.40 a 0.60 m para las de alivio (García-Trisolini, 2011). Por su parte, el Ministerio de Obras Públicas de Colombia (MOP, 1967) recomienda un diámetro mínimo de 0.91 m (36 in) para carreteras de importancia considerando sus labores de mantenimiento, y para aquellas zonas donde el arrastre de sedimentos sea considerable de 1.22 m (48 in) o 1.52 m (60 in). Asimismo, en carreteras secundarias el diámetro no debe ser menor de 0.61 m (24 in), ni menor de 0.46 m (18 in) en caminos o vías de acceso de acuerdo con el Ministro de Transporte e Infraestructura de Nicaragua (MTI, 2008), quien considera principalmente el mantenimiento. Por su parte, la sección transversal del conducto depende de la altura del terraplén, costo de construcción, material y tipo de entrada (Chanson, 2000; Clark & Kehler, 2011; Schall et al., 2012).

Con respecto a la longitud, la variable a examinar corresponde al ancho del obstáculo a cruzar. De acuerdo con la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT, 1991), por seguridad, el ancho mínimo de carril es de 4 m para poder transitar a 60 km·h⁻¹, además de un claro de un metro a cada lado para la circulación de alguna persona, lo que genera un ancho de 6 m para una vía de un carril y de 10 m para una de dos carriles. La velocidad de funcionamiento debe estar ubicada entre 1.5 y 2.5 m·s⁻¹ para cumplir las exigencias de pérdidas de carga y azolve (Arteaga, 1992); aunque el MOP (1967) especifica que la velocidad permisible depende de las características físicas del terreno.

Por último, la pendiente de construcción, parámetro que rige directamente la capacidad de drenaje de la obra, para una alcantarilla en canales puede tener pendiente

that regulate the water speed and avoid damage to the hydraulic work. The MTI (2008) establishes that the culvert's longitudinal slope should not be less than 1 % to avoid silting up, but it must respect the permissible speed. Another factor to consider is the functional aspect or non-hydraulic functions, such as the passage of fish (Clark & Kehler, 2011).

Design and construction of the culvert-type hydraulic model

The work was carried out at the hydraulics laboratory of Chapingo Autonomous University's Irrigation Department. A real culvert or a much-used culvert was taken as an example, with a water speed of $1.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, a conduit diameter (D) of 0.53 m (21 in), a zero slope and a length (L) of 6 m. These characteristics meet the design specifications for culverts. Using the Froude similarity law, commonly referred to as Bernoulli's principle for real flow, the model scale was obtained (with the continuity and energy equation), and the geometric and hydraulic characteristics of the model were designed. Table 1 presents the values obtained in the calculation of the equations used, and Figure 1 shows the conceptual model for the construction of the hydraulic model.

The hydraulic model consists of two acrylic-based containers and a 0.05 m (2 in) tube bonded with glue. The upstream container with dimensions of 0.42 x 0.35 x

nula (Arteaga, 1992); sin embargo, Schall et al. (2012) recomiendan una pendiente mínima de 0.005 % para asegurar un buen drenaje. Para una alcantarilla de alivio, no hay restricciones porque ésta depende directamente de las condiciones del relieve presentes en el lugar de la obra; no obstante, Arteaga (1992) menciona que la ubicación debe cumplir con ciertas características que regulen la velocidad de agua y eviten daños a la obra hidráulica. El MTI (2008) establece que la pendiente longitudinal de la alcantarilla no debe ser menor a 1 % para evitar azolvamiento, pero debe respetar la velocidad permisible. Otro factor a considerar es el aspecto funcional o funciones no hidráulicas, como el paso de peces (Clark & Kehler, 2011).

Diseño y construcción del modelo hidráulico tipo alcantarilla

El trabajo se desarrolló en el laboratorio de hidráulica del Departamento de Irrigación de la Universidad Autónoma Chapingo. Se tomó como ejemplo una alcantarilla real o prototipo muy empleado, con una velocidad del agua de $1.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, un diámetro de conducto (D) de 0.53 m (21 in), una pendiente nula y una longitud (L) de 6 m. Estas características satisfacen las especificaciones del diseño de alcantarillas. Con la ley de similitud de Froude, comúnmente denominada Bernoulli para flujo real, se obtuvo la escala del modelo (con la ecuación de continuidad y de energía), y se diseñaron las características geométricas e hidráulicas

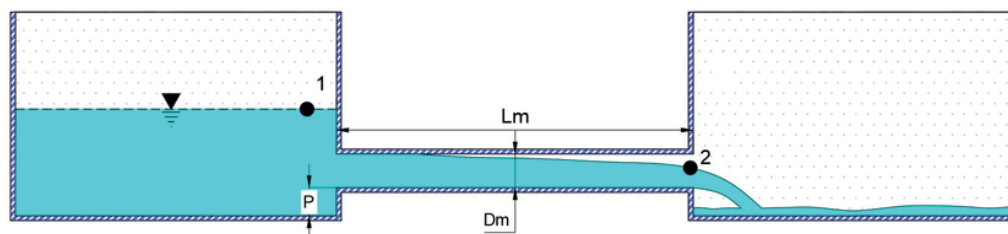
Table 1. Values calculated with the Froude similarity law for the culvert-type hydraulic model.

Cuadro 1. Valores calculados con la ley de similitud de Froude para el modelo hidráulico tipo alcantarilla.

Dm^z (inch)/ Dm^z (pulgada)	Dm (m)	Le	Qe	Ve	Vm ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Qm ($\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$)	Qm ($\text{L}\cdot\text{s}^{-1}$)	Lm (m)	ϵ/D	Re	f
1.76	0.0448	11.9	489.145	3.45	0.43	0.0007	0.685	0.50	3.35×10^{-5}	1.93×10^4	0.026

^z Dm = model diameter; Le = line scale; Qe = flow scale; Ve = speed scale; Vm = speed in the model; Qm = model flow; Lm = model length; ϵ/D = roughness/diameter ratio; Re = Reynolds number; f = energy loss factor.

^z Dm = diámetro del modelo; Le = escala de líneas; Qe = escala de gastos; Ve = escala de velocidades; Vm = velocidad en el modelo; Qm = gasto del modelo; Lm = longitud del modelo; ϵ/D = relación de rugosidad/diámetro; Re = número de Reynolds; f = factor de pérdidas de energía.



P: Crest high / P: Altura de la cresta
 Lm: Model length / Lm: Longitud del modelo
 Dm: Model diameter / Dm: Diámetro del modelo

Figure 1. Conceptual scheme of the culvert-type physical model.

Figura 1. Esquema conceptual del modelo físico tipo alcantarilla.

0.35 m has a perforated plate 0.09 m away from the wall, in front of the conduit inlet to stabilize the flow, and the downstream container is 0.37 x 0.35 x 0.35 m and has an 8 cm diameter perforation in the center of the bottom for release purposes. In addition, the system has PVC pipes of 0.05 m (2 in) in diameter, with an arrangement for the support of the model, in order to guarantee the autonomy of the system and to facilitate the operation and transport. The device was powered by two motor pumps (an Evans® brand model 1HME025 and an Siemens brand model 1RF21000FA404EB1) by means of pipes, union nuts, elbows and a gate valve at each outlet to vary the inlet flows of 0.025 m (1 in) and PVC suction piping of 0.032 m (1 1/4 in) in diameter. Likewise, to ensure water circulation, a drainage system was made and installed based on PVC piping that leads to a 0.11 m³ (110 L) container.

Physical model instrumentation and sensor calibration

The second stage of model construction corresponded to the instrumentation of the device. For this, a plate (Arduino Uno®), an ultrasonic distance sensor (HC-SR04) and a flow meter (FS400a water flow sensor) were used.

The flow meter was located in the model's feeding area. For its calibration, the relationship between the number of blade revolutions (pulses) and the discharge was determined, for which a code was made in Arduino to record an average every five cycles. The discharge was obtained by the volumetric method using a 1 L graduated cylinder for small flows and 5.35 and 10.54 L containers for larger flows; time was measured with two stopwatches. The results obtained were fitted to a linear of the form $y = a + bx$ with Equations 1 to 5, reaching a coefficient of determination (R^2) of 0.998 (Infante-Gil & Zarate-de Lara, 1990). The calibration curve is shown in Figure 2.

$$\overline{NP} = \frac{\sum(NP_i)}{n} \quad (1)$$

$$\overline{Q} = \frac{\sum(Q_i)}{n} \quad (2)$$

$$b = \frac{\sum(Q_i - \overline{Q}) \cdot (NP_i - \overline{NP})}{\sum(Q_i - \overline{Q})^2} = \frac{SPNPQ}{SPQ} \quad (3)$$

$$a = \overline{Q} - b \cdot \overline{NP} \quad (4)$$

$$R^2 = \frac{(\sum(NP_i - \overline{NP}) \cdot (Q_i - \overline{Q}))^2}{(\sum(NP_i - \overline{NP})^2) \cdot (\sum(Q_i - \overline{Q})^2)} = \frac{SPNPQ}{SPNP \cdot SPQ} \quad (5)$$

Where NP corresponds to the number of pulses, Q to the discharge (L·min⁻¹), $SPNPQ$ is the covariance, and SPQ and $SPNP$ are the variances.

The ultrasonic distance sensor was calibrated by testing to find its operating accuracy, and an average error of 0.0012 m and a standard deviation of 0.003 m

del modelo. El Cuadro 1 presenta los valores obtenidos en el cálculo de las ecuaciones utilizadas, y en la Figura 1 se muestra el modelo conceptual para la construcción del modelo hidráulico.

El modelo hidráulico consta de dos contenedores a base de acrílico y un tubo de 0.05 m (2 in) unidos con pegamento. El contenedor aguas arriba con dimensiones de 0.42 x 0.35 x 0.35 m tiene una placa perforada a 0.09 m de distancia de la pared, en frente de la entrada del conducto para estabilizar el flujo, y el contenedor aguas abajo es de 0.37 x 0.35 x 0.35 m y tiene una perforación en el centro del fondo de 8 cm de diámetro para el desfogue. Además, el sistema cuenta con tuberías de PVC de 0.05 m (2 in) de diámetro, con un arreglo para el soporte del modelo, con el fin de garantizar la autonomía del sistema, y facilitar la operación y el transporte. El dispositivo se alimentó con dos motobombas (una marca Evans® modelo 1HME025 y otra marca Siemens modelo 1RF21000FA404EB1) mediante tuberías, tuercas unión, codos y una válvula de compuerta en cada salida para variar los gastos de entrada de 0.025 m (1 in) y tubería de succión de PVC de 0.032 m (1 1/4 in) de diámetro. Asimismo, para garantizar la circulación del agua, se elaboró e instaló un sistema de desagüe a base de tubería de PVC con llegada a un contenedor de 0.11 m³ (110 L).

Instrumentación del modelo físico y calibración de los sensores

La segunda etapa de construcción del modelo correspondió con la instrumentación del dispositivo. Para ello, se utilizó una placa (Arduino Uno®), un sensor ultrasónico de distancia (HC-SR04) y un caudalímetro (sensor de flujo de agua FS400a).

El caudalímetro se ubicó en la alimentación del modelo. Para su calibración se determinó la relación entre el número de revoluciones del aspa (pulsos) y el caudal, para lo cual se elaboró un código en Arduino con el fin de registrar un promedio cada cinco ciclos. El caudal se obtuvo por el método volumétrico utilizando una probeta graduada de 1 L para gastos pequeños y recipientes de 5.35 y 10.54 L para gastos mayores; el tiempo se midió con dos cronómetros. Los resultados obtenidos se ajustaron a un modelo lineal de la forma $y = a + bx$ con las Ecuaciones 1 a 5, alcanzando un coeficiente de determinación (R^2) de 0.998 (Infante-Gil & Zarate-de Lara, 1990). La curva de calibración se presenta en la Figura 2.

$$\overline{NP} = \frac{\sum(NP_i)}{n} \quad (1)$$

$$\overline{Q} = \frac{\sum(Q_i)}{n} \quad (2)$$

$$b = \frac{\sum(Q_i - \overline{Q}) \cdot (NP_i - \overline{NP})}{\sum(Q_i - \overline{Q})^2} = \frac{SPNPQ}{SPQ} \quad (3)$$

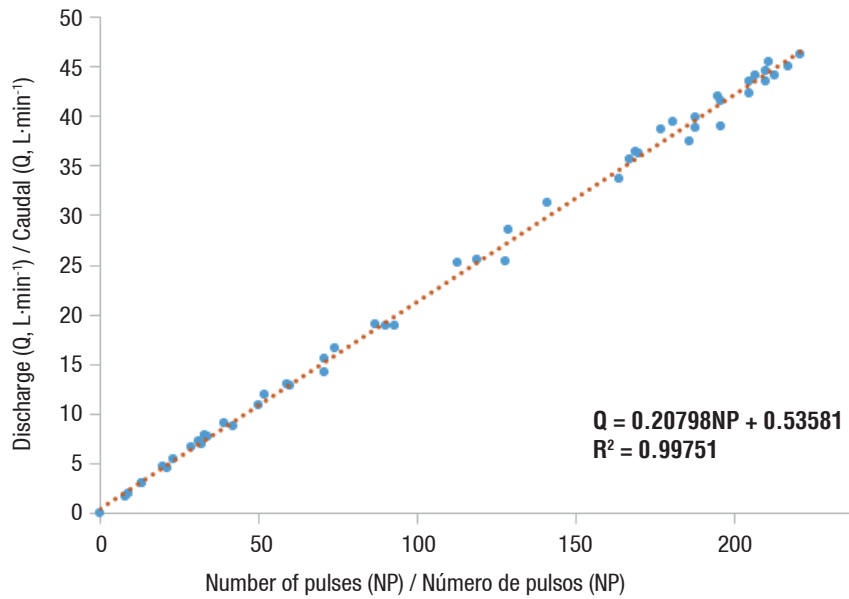


Figure 2. Calibration curve of the FS400a flow sensor.

Figura 2. Curva de calibración del sensor de flujo FS400a.

were obtained, which ensured the reliability of the readings. This sensor was installed at a distance of 0.15 m upstream of the culvert inlet, and at a height of 0.35 m from the bottom of the container, measuring the distance to the free water surface.

Figure 3 shows the physical model to measure the culvert operating variables, in which the feeding, control and measurement parts are indicated.

Taking readings and debugging data

With the sensors calibrated and installed in the physical model, the process consisted of setting up the feeding system and taking readings of water surface heights and flow with variations in the inlet discharge by means of gate valves. Due to the existence of extreme data caused by hydraulic transients during the valve opening, it was necessary to debug with an Arduino Uno® code specifically designed to rule out cycles where the data will show differences greater than or equal to two pulses for discharge measurement, or a discrepancy of 0.001 m in the distance sensor. The debugged data were fitted to a model of the form $Q = k \cdot h^m$ for the domains delimited for weir and orifice. Equations 6 and 7 were used to obtain the parameters k and m , and Equations 8 to 11 the determination coefficient.

$$m = \frac{(SC_h - Q)^2}{SC_h} \quad (6)$$

$$k = e^{\left(\frac{\sum \ln Q - (m \cdot \sum \ln h)}{n}\right)} \quad (7)$$

$$SC_h = \sum (\ln h)^2 - \frac{(\sum \ln h)^2}{n} \quad (8)$$

$$a = \bar{Q} - b \cdot \bar{NP} \quad (4)$$

$$R^2 = \frac{(\sum (NP_i - \bar{NP}) \cdot (Q_i - \bar{Q}))^2}{(\sum (NP_i - \bar{NP})^2) \cdot (\sum (Q_i - \bar{Q})^2)} = \frac{SPNPQ}{SPNP \cdot SPQ} \quad (5)$$

Donde NP corresponde al número de pulsos, Q al caudal ($L \cdot \text{min}^{-1}$), $SPNPQ$ es la covarianza, y SPQ y $SPNP$ son las varianzas.

El sensor ultrasónico de distancia se calibró mediante ensayos con el objetivo de encontrar su precisión de operación, y se obtuvo un error promedio de 0.0012 m y una desviación estándar de 0.003 m, lo cual garantizó la confiabilidad de las lecturas. Este sensor se instaló a una distancia de 0.15 m aguas arriba de la entrada de la alcantarilla, y a una altura de 0.35 m desde el fondo del contenedor, midiendo la distancia a la superficie libre del agua.

La Figura 3 presenta el modelo físico para medir las variables del funcionamiento de la alcantarilla, en el que se señalan las partes de alimentación, control y medición.

Toma de lecturas y depuración de datos

Con los sensores calibrados e instalados en el modelo físico, el proceso consistió en poner en funcionamiento el sistema de alimentación, tomando lecturas de alturas de la superficie del agua y gasto con variaciones en el caudal de entrada mediante válvulas de compuerta. Debido a la existencia de datos extremos ocasionados por los transitorios hidráulicos durante la apertura de la válvula, fue necesario realizar una depuración con un código de Arduino Uno® elaborado específicamente

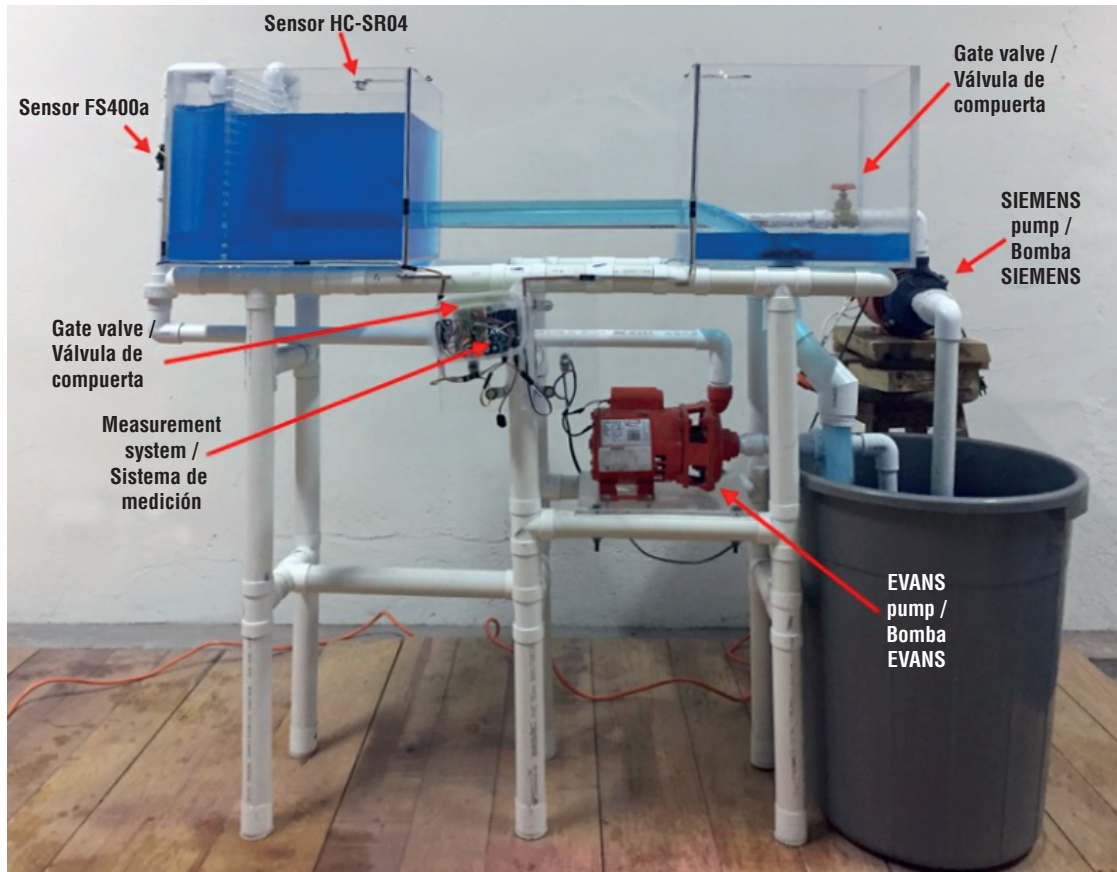


Figure 3. Hydraulic model with 12-in line scale built for culvert operation research.

Figura 3. Modelo hidráulico con escala de líneas de 12 in construido para la investigación del funcionamiento de la alcantarilla.

$$SC_Q = \sum(\ln Q)^2 - \frac{(\sum \ln Q)^2}{n} \quad (9)$$

$$SC_{h-Q} = \sum(\ln Q * \ln h) - \frac{(\sum \ln Q * \sum \ln h)}{n} \quad (10)$$

$$R^2 = \frac{(SC_{h-Q})^2}{(SC_Q * SC_h)} \quad (11)$$

Where h is the operating load (cm), n is the number of data and SC_h is the sum of squares.

The transition zone was fitted to a linear model with the equations described in the calibration of the FS400a flow sensor, for which the operating load in cm was set in “x” and the discharge in $L \cdot m^{-1}$ in “y”.

Results and discussion

Operation of the culvert-type hydraulic model

With the data obtained, the curve shown in Figure 4 was drawn, where the orifice, weir and transition type hydraulic operating intervals are highlighted.

With the different zones identified, delimited and fitted to a mathematical model, Equation 12 was

para descartar los ciclos donde los datos presentaran diferencias mayores o iguales a dos pulsos para la medición del caudal, o una discrepancia de 0.001 m en el sensor de distancia. Los datos depurados se ajustaron a un modelo de la forma $Q = k \cdot h^m$ para los dominios delimitados para vertedor y orificio. Con las Ecuaciones 6 y 7 se obtuvieron los parámetros k y m , y con las Ecuaciones 8 a 11 el coeficiente de determinación.

$$m = \frac{(SC_{h-Q})^2}{SC_h} \quad (6)$$

$$k = e^{\left(\frac{\sum \ln Q - (m * \sum \ln h)}{n}\right)} \quad (7)$$

$$SC_h = \sum(\ln h)^2 - \frac{(\sum \ln h)^2}{n} \quad (8)$$

$$SC_Q = \sum(\ln Q)^2 - \frac{(\sum \ln Q)^2}{n} \quad (9)$$

$$SC_{h-Q} = \sum(\ln Q * \ln h) - \frac{(\sum \ln Q * \sum \ln h)}{n} \quad (10)$$

$$R^2 = \frac{(SC_{h-Q})^2}{(SC_Q * SC_h)} \quad (11)$$

Donde h es la carga de operación (cm), n es el número de datos y SC_h es la suma de cuadrados.

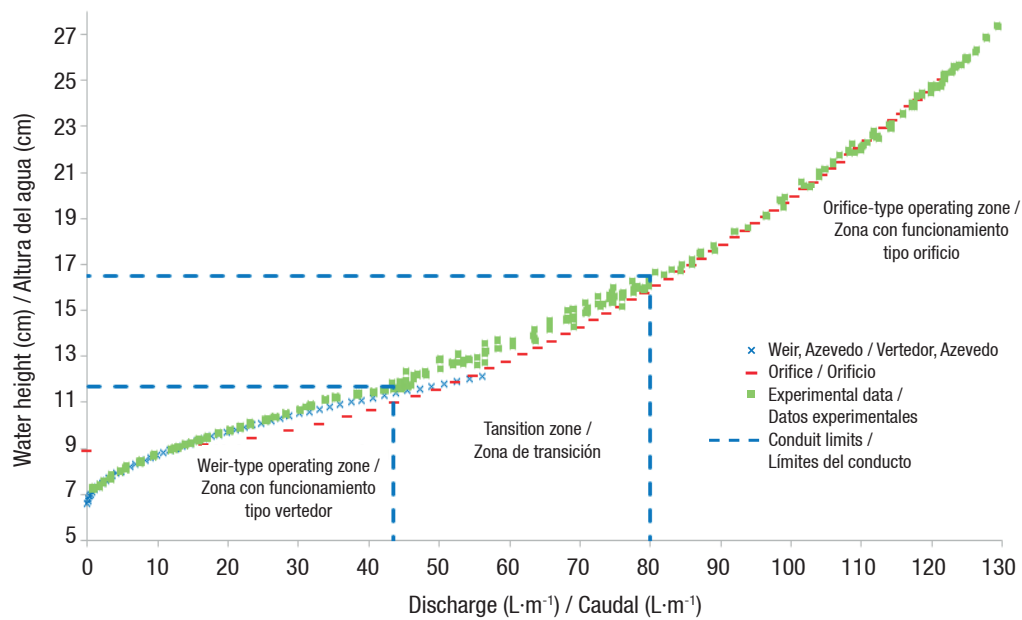


Figure 4. Characteristic water height-discharge curve with good fitting models in the studied areas.

Figura 4. Curva característica de altura del agua-caudal con los modelos de ajuste en las zonas estudiadas.

obtained. The zone corresponding to the circular weir (Figure 5) was fitted to a potential model, which had an R^2 of 0.99 due to the incidence of an undular hydraulic jump caused by the depression of the inflow at the point of change from weir to orifice, or from canal to short pipe (Figure 6), which provided differences in the upper operating limit; however, when compared with the equation proposed by Azevedo-Netto and Acosta-Álvarez (1976), concordance between the two curves can be seen.

$$f(X) = \begin{cases} Q = 2.407 \cdot h_v^{1.8253} \\ Q = 8.1655 \cdot h_t - 2.323 \\ Q = 28.521 \cdot h_o^{0.5201} \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} 0 < h_v &\leq 5.1 & R^2 &= 0.992 \\ 5.1 < h_t &\leq 10.48 & R^2 &= 0.984 \\ h_o > 7.62 & & R^2 &= 0.993 \end{aligned}$$

Where, for the studied model, Q is the discharge ($L \cdot \text{min}^{-1}$), and h_v , h_t and h_o are the pressure load (cm) on the weir, transition and orifice, respectively; their origin is the center of gravity of the piping. All cases in Figures 4, 5 and 9 represent the values of a circular culvert of the model or prototype where the conduit coincides with the base of the canal and the height of the water above the orifice is not measured at the center of gravity of the piping, but from the bottom of the conduit.

Figures 7 and 8 show the model operating as an orifice with free discharge at the culvert outlet. The fit had a potential model $Q = 28.521 \cdot h_o^{0.5201}$ with an R^2 of 0.997. The root function (exponent $m = 0.5$), commonly used to evaluate orifices $Q = Cd \cdot A(2g \cdot h)^{0.5}$, gives us a discharge

La zona de transición se ajustó a un modelo lineal con las ecuaciones descritas en la calibración del sensor de flujo FS400a, para lo cual se estableció en “x” la carga de operación en cm, y en “y” el caudal de descarga en $L \cdot \text{m}^{-1}$.

Resultados y discusión

Funcionamiento del modelo hidráulico tipo alcantarilla

Con los datos obtenidos se dibujó la curva mostrada en la Figura 4, en donde destacan los intervalos de funcionamiento hidráulico tipo orificio, vertedor y transición.

Con las distintas zonas identificadas, delimitadas y ajustadas a un modelo matemático, se obtuvo la Ecuación 12. La zona correspondiente al vertedor circular (Figura 5) se ajustó a un modelo potencial, el cual presentó una R^2 de 0.99 debido a la incidencia de un salto hidráulico ondulado originado por la depresión del flujo de entrada en el punto de cambio de vertedor a orificio, o de canal a tubo corto (Figura 6), lo que proporcionó diferencias en el límite superior de operación; no obstante, al ser comparado con la ecuación propuesta por Azevedo-Netto y Acosta-Álvarez (1976) se observa concordancia entre ambas curvas.

$$f(X) = \begin{cases} Q = 2.407 \cdot h_v^{1.8253} \\ Q = 8.1655 \cdot h_t - 2.323 \\ Q = 28.521 \cdot h_o^{0.5201} \end{cases} \quad (12)$$

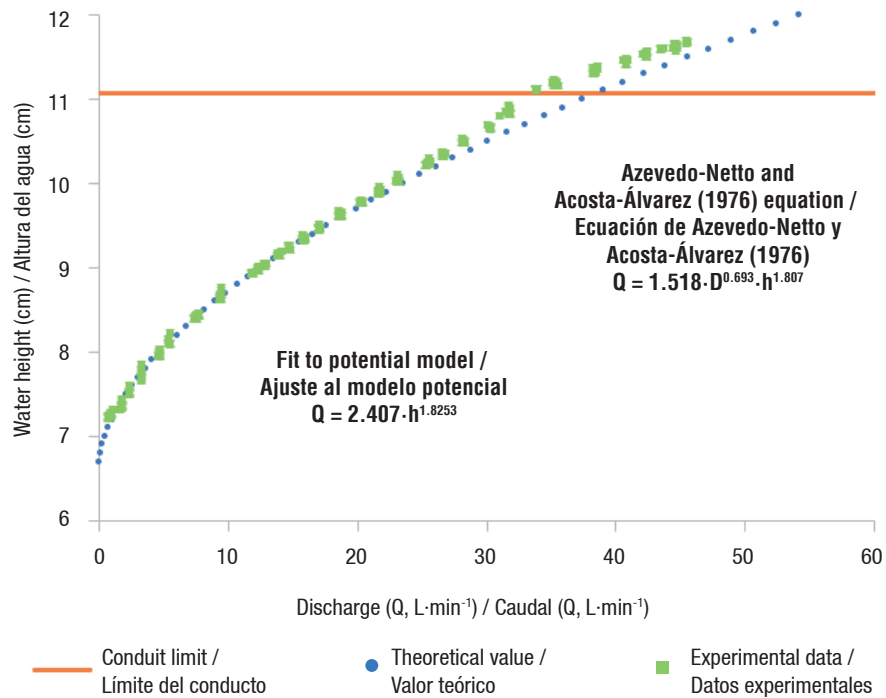


Figure 5. Water height-discharge curves: experimental vs. theoretical data on the weir-type operating zone. D = conduit diameter (m); h = operating load (cm).

Figura 5. Curvas de altura del agua-caudal: experimental vs. teórica de la zona con funcionamiento tipo vertedor. D = diámetro del conducto (m); h = carga de operación (cm).

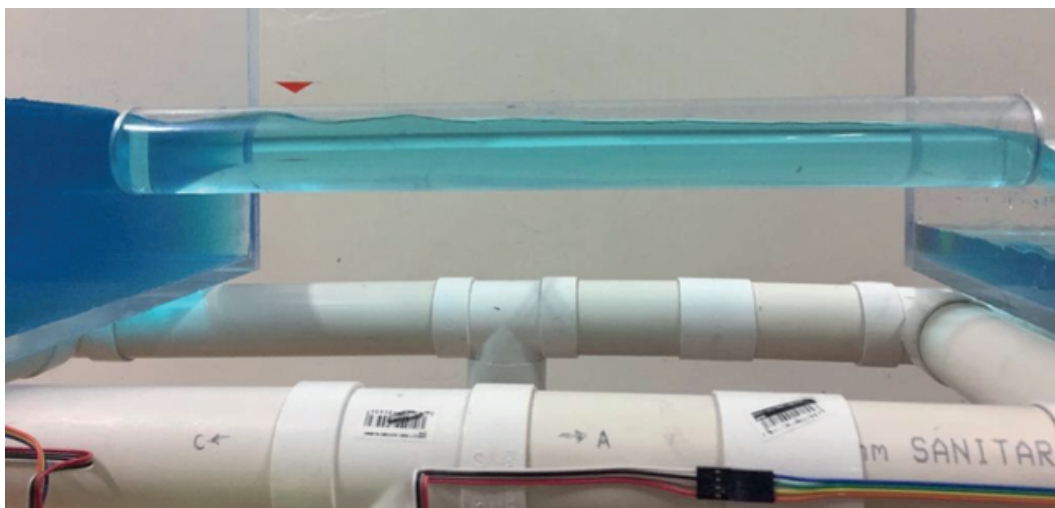


Figure 6. Undular hydraulic jump at the inlet caused by flow depression under weir-type operating.

Figura 6. Salto hidráulico ondulado en la entrada ocasionado por la depresión del flujo bajo funcionamiento tipo vertedor.

coefficient (C_d) of 0.75 and has a maximum difference of 2.2 % between the equation fitted with $k = 28.521$ and $m = 0.5201$, and the equation with $C_d = 0.75$ and $m = 0.5$. Considering a height of 0.111 m in the conduit key, the minimum height for it to work as an orifice is 0.167 m to guarantee compliance with the specification of 1.2 times the diameter, which ensures an orifice-type hydraulic operation.

$$\begin{array}{ll}
 0 < h_v \leq 5.1 & R^2 = 0.992 \\
 5.1 < h_t \leq 10.48 & R^2 = 0.984 \\
 h_o > 7.62 & R^2 = 0.993
 \end{array}$$

Donde, para el modelo estudiado, Q es el caudal de descarga ($L \cdot \text{min}^{-1}$), y h_v , h_t y h_o son la carga de presión (cm) sobre el vertedor, transición y orificio, respectivamente; su origen es el centro de gravedad de la tubería. Todos



Figure 7. Operation of the hydraulic model as an orifice with free discharge.

Figura 7. Funcionamiento del modelo hidráulico como orificio con descarga libre.

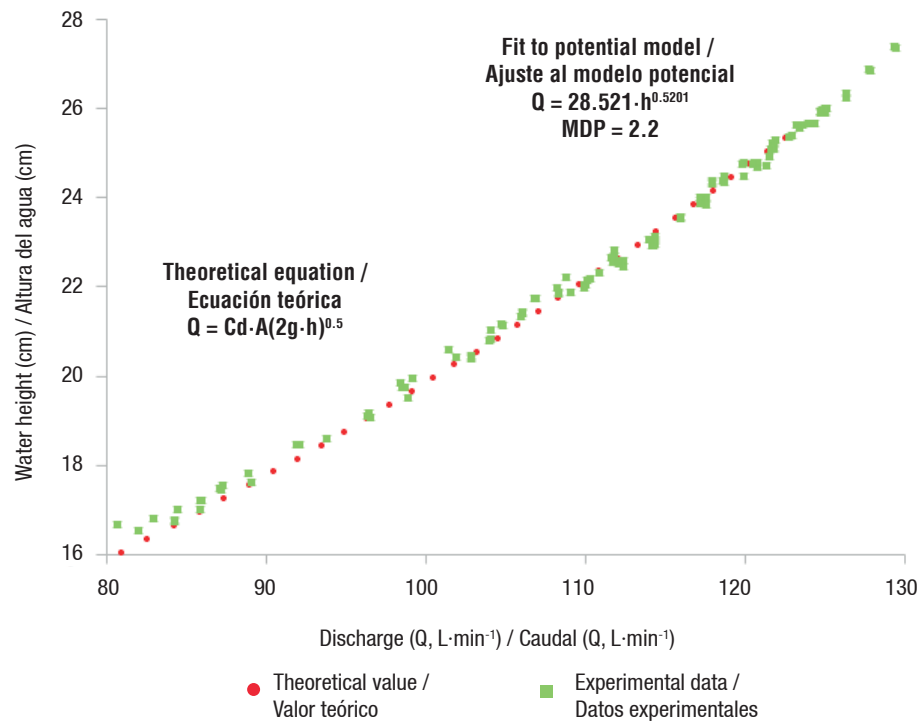


Figure 8. Water height-discharge curve: experimental vs. theoretical data on orifice-type operation. MDP = maximum percentage difference; C_d = discharge coefficient; A = orifice area (m^2); g = gravity ($9.81 m \cdot s^{-2}$); h = operating load (cm).

Figura 8. Curva de altura del agua-caudal: experimental vs. teórica del funcionamiento tipo orificio. MDP = diferencia porcentual máxima; C_d = coeficiente de descarga; A = área del orificio (m^2); g = gravedad ($9.81 m \cdot s^{-2}$); h = carga de operación (cm).

Figure 9 shows in greater detail the section between the heights 0.117 to 0.165 m, corresponding to the transition zone; that is, when changing from weir to orifice operation, the points are scattered due to the lack of load at the limit where it stops functioning as an orifice (Figure 10). Under the previous condition, the conduit is partially filled with undulations caused by the flow depression (Figure 11). Therefore, the transition was fitted to a quadratic model, which differs from what was observed by Charbeneau et al. (2006), Normann et al. (1985) and Schall et al. (2012),

los casos de las Figuras 4, 5 y 9 representan los valores de una alcantarilla circular del modelo o prototipo donde el conducto coincide con la base del canal y la altura del agua sobre el orificio no se mide en el centro de gravedad de la tubería, sino desde el fondo del conducto.

Las Figuras 7 y 8 presentan el modelo funcionando como orificio con descarga libre en la salida de la alcantarilla. El ajuste presentó un modelo potencial $Q = 28.521 \cdot h^{0.5201}$ con una R^2 de 0.997. La función raíz (exponente $m = 0.5$), usada comúnmente para evaluar orificios $Q = Cd \cdot A(2g \cdot h)^{0.5}$,

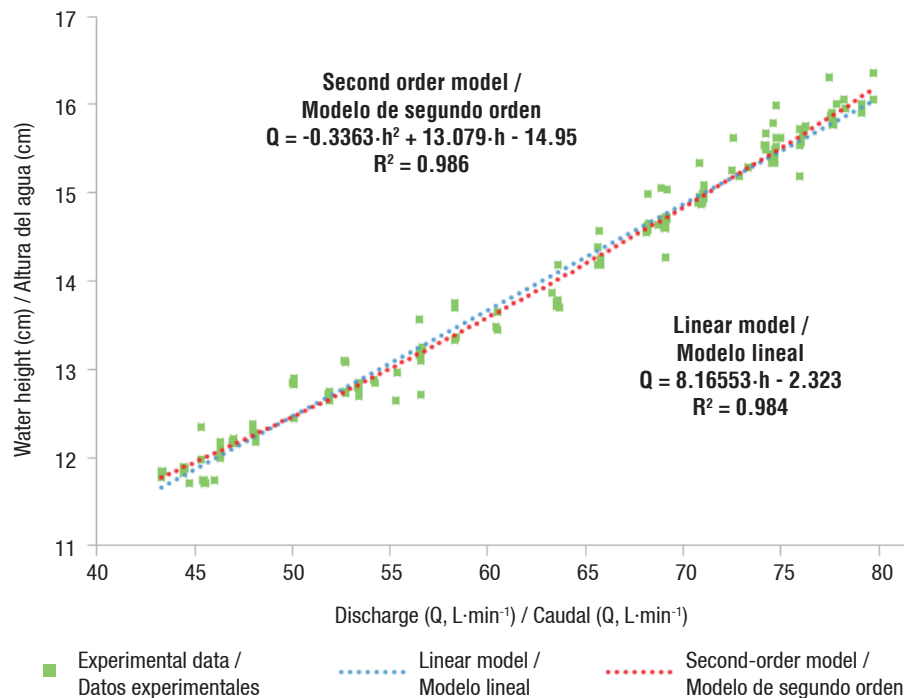


Figure 9. Fitting the transition zone to a polynomial model. h = operating load (cm).

Figura 9. Ajuste de la zona de transición a un modelo polinomial. h = carga de operación (cm).

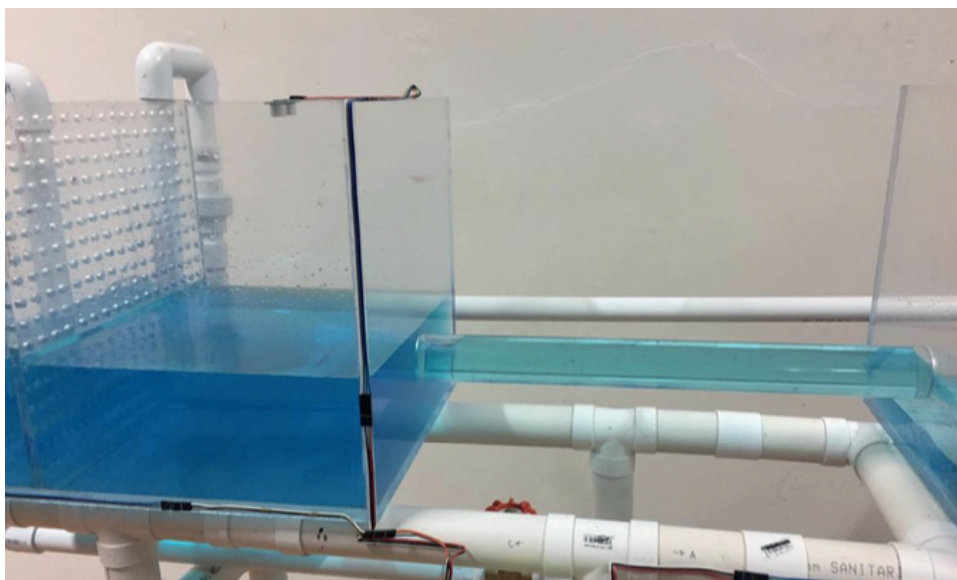


Figure 10. Air intrusion due to insufficient load at the inlet (height >1.2 the diameter).

Figura 10. Intrusión de aire debido a insuficiencia de carga en la entrada (altura >1.2 el diámetro).

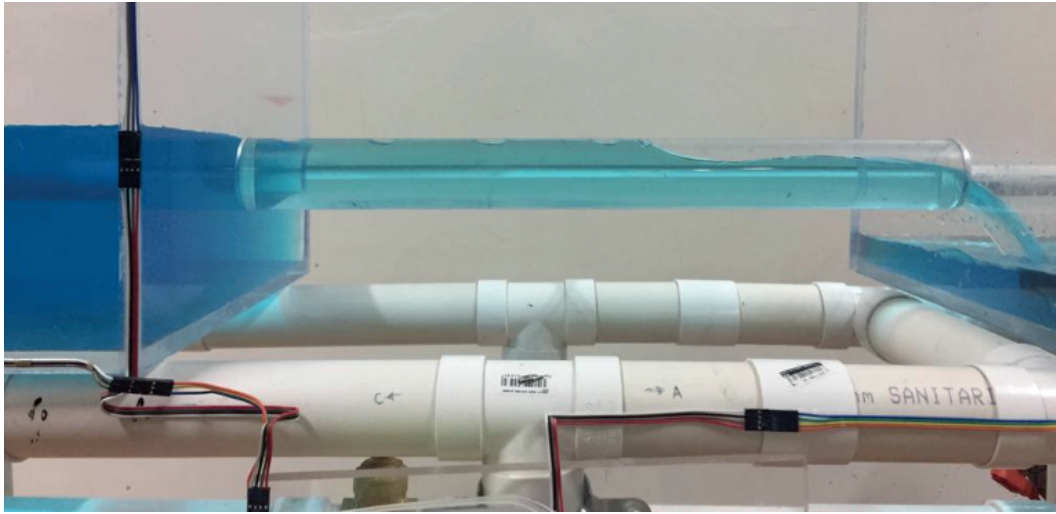


Figure 11. Flow in the partially-filled conduit when the culvert operates in the weir-orifice transition zone.

Figura 11. Flujo en el conducto parcialmente lleno cuando la alcantarilla funciona en la zona de transición vertedor-orificio.

who present the weir and orifice curves as a straight line; however, their simplification is acceptable, since only 0.2 % accuracy is lost and its operation is easier.

Finally, by using a function that integrates all the above equations in the range of 0.066 to 0.29 m (Figure 12) to simplify the model, the following equation is obtained:

$$Q = -5 \times 10^{-5} \cdot h^3 - 0.2345 \cdot h^2 + 14.756 \cdot h - 99.08 \quad (13)$$

nos proporciona un coeficiente de descarga (C_d) de 0.75 y presenta una diferencia máxima de 2.2 % entre la ecuación ajustada con $k = 28.521$ y $m = 0.5201$, y la ecuación con $C_d = 0.75$ y $m = 0.5$. Considerando una altura de 0.111 m en la clave del conducto, la altura mínima para que trabaje como orificio es de 0.167 m, para garantizar el cumplimiento de la especificación de 1.2 veces el diámetro, lo que asegura un funcionamiento hidráulico tipo orificio.

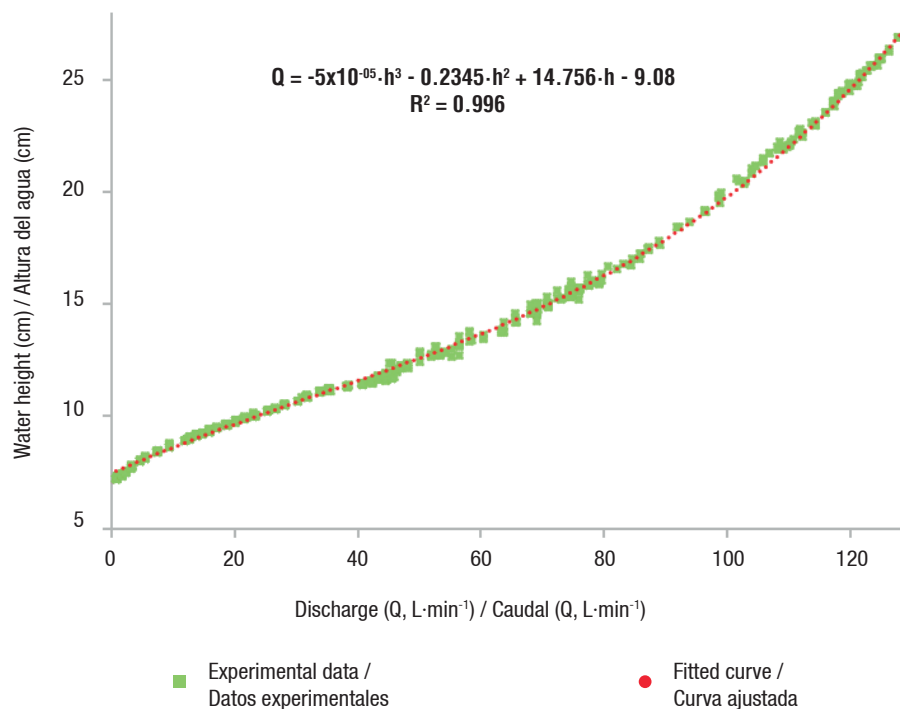


Figure 12. General third-order polynomial model of the water height-discharge ratio for a culvert with a straight edge, circular section and zero slope.

Figura 12. Modelo general polinomial de tercer orden de la relación altura del agua-caudal para una alcantarilla con borde recto, sección circular y pendiente nula.

with a coefficient of determination of 0.996; that is, the discharge prediction would have an error of less than 1 %. It is important to emphasize that using this general third-order polynomial expression eliminates the function of the transition zone, since the fit does not distinguish the different types of hydraulic operation.

Conclusions

According to the design, construction, installation, instrumentation and operating characteristics of the system, it was a success; however, it is recommended to experiment with different conduit diameters to avoid problems of scale in the results transferred to the prototypes. The FS400a and HC-SR04 sensors yielded reliable results compared to those measured in the development of this research. The global model $Q = f(H)$ ranged from 0.066 to 0.286 m; 25 % of the water surface heights ($0.066 < H \leq 0.117$ m) behaved as a weir, 23.53 % ($0.117 < H \leq 0.165$ m) corresponded to the transition zone and 51.47 % ($0.165 < H \leq 0.286$ m) behaved as an orifice. For the section operating as an orifice, a Cd of 0.75 was determined for a circular shape. It was found that if the operating load does not have 1.2 times its diameter, it does not behave as an orifice. The weir and orifice zones were fitted to a model of the shape $Q = k \cdot h^m$ with an R^2 of 0.992 and 0.997, respectively.

Considering the orifice and weir operations separately, and joining them with a tangent line, does not provide a good estimate of the actual behavior in the structure since the transition zone begins when the load is less than 1.2 times the diameter. In reality, the weir-orifice transition exhibits a curved trend, not linear as stated by several authors. With the simplification to a linear model, the results in practice are acceptable since only 0.2 % accuracy is lost. Finally, the hydraulic operation of the culvert can be described by Equation 13; however, it is important to emphasize that using this general third-order polynomial expression eliminates the transition zone, since the fit does not distinguish the various types of behavior.

End of English version

References / Referencias

- Alonso, F. J. (2005). *Diseño hidráulico de alcantarillas*. Retrieved from https://www.academia.edu/6422480/DISE%C3%91O_HIDRAULICO_DE_ALCANTARILLAS
- American Society of Civil Engineers/Water Environment Federation (ASCE). (1992). *Design and construction of urban stormwater management systems*. New York, USA: Author.
- Arteaga, T. E. (1992). *Pequeñas zonas de riego: Estudio y proyecto (IV tomo)*. Chapingo, Estado de México: Universidad Autónoma Chapingo.

En la Figura 9 se muestra con mayor detalle la sección comprendida entre las alturas 0.117 a 0.165 m, correspondiente a la zona de transición; es decir, en el cambio de funcionamiento vertedor a orificio se observa la dispersión de los puntos debida a la falta de carga en el límite en que deja de funcionar como orificio (Figura 10). Bajo la condición anterior, el conducto se llena parcialmente con ondulaciones producidas por la depresión del flujo (Figura 11). Por lo anterior, la transición se ajustó a un modelo cuadrático, lo que difiere de lo observado por Charbeneau et al. (2006), Normann et al. (1985) y Schall et al. (2012), quienes presentan las curvas de vertedor y orificio como una línea recta; no obstante, su simplificación es aceptable, ya que únicamente se pierde 0.2 % de precisión y es más fácil su operación.

Por último, al utilizar una función que integre todas las ecuaciones anteriores en el rango de 0.066 a 0.29 m (Figura 12), para simplificar el modelo, se obtiene la siguiente ecuación:

$$Q = -5 \times 10^{-5} \cdot h^3 - 0.2345 \cdot h^2 + 14.756 \cdot h - 99.08 \quad (13)$$

con un coeficiente de determinación de 0.996; es decir, la predicción del caudal presentaría un error menor de 1 %. Es importante resaltar que al utilizar esta expresión general polinomial de tercer orden queda eliminada la función de la zona de transición, ya que el ajuste no distingue los distintos tipos de funcionamiento hidráulico.

Conclusiones

De acuerdo con las características de diseño, construcción, instalación, instrumentación y operación del sistema, este fue un éxito; sin embargo, se recomienda experimentar con diferentes diámetros del conducto para evitar problemas de escala en los resultados trasladados a los prototipos. Los sensores FS400a y HC-SR04 arrojaron resultados confiables con respecto a los medidos en el desarrollo de esta investigación. El modelo global $Q = fH$ varió de 0.066 a 0.286 m. El 25 % de las alturas de la superficie del agua (tirantes) ($0.066 < H \leq 0.117$ m) se comportaron como vertedor, el 23.53 % ($0.117 < H \leq 0.165$ m) correspondieron a la zona de transición y el 51.47 % ($0.165 < H \leq 0.286$ m) se comportaron como orificio. Para la sección con funcionamiento como orificio, se determinó un Cd de 0.75 para una forma circular. Se comprobó que si la carga de operación no cumple con 1.2 veces su diámetro, no funciona como orificio. Las zonas de vertedor y orificio se ajustaron a un modelo de la forma $Q = k \cdot h^m$ con una R^2 de 0.992 y 0.997, respectivamente.

El considerar por separado los funcionamientos de orificio y vertedor, y unirlos mediante una línea

- Azevedo-Netto, J. M., & Acosta-Álvarez, G. (1976). *Manual de hidráulica*. Sao Paulo Brasil: Harla.
- Chanson, H. (2000). Introducing originality and innovation in engineering teaching: the hydraulic design of culverts. *European Journal of Engineering Education*, 25(4), 377-391. doi: 10.1080/03043790050200421
- Charbeneau, R. J., Henderson, A. D., & Sherman, L. C. (2006). Hydraulic Performance Curves for Highway Culverts. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(5), 474-481. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(2006)132:5(474)
- Chaudhry, H. M. (2008). *Open channel flow*. New York, USA: Springer. doi: 10.1007/978-0-387-68648-6
- Clark, S. P., & Kehler, N. (2011). Turbulent flow characteristics in circular corrugated culverts at mild slopes. *Journal of Hydraulic Research*, 49(5), 676-684. doi: 10.1080/00221686.2011.596399
- García-Trisolini, E. (2011). *Manual práctico de mejoramiento de camino vecinales y construcción de pequeños puentes (25 m)*. Perú: Fondo Perú-Alemania. Retrieved from http://www.mediafire.com/download/0k4z1s8acs8ro4u/Manual_de_caminos_y_puentes.pdf
- Henderson, F. M. (1966). *Open channel flow*. New York, USA: Macmillan.
- Huffman, R., Fangmeier, D., Elliot, W., & Workman, S. (2013). *Soil and water conservation engineering*. USA: American Society of Agricultural and Biological Engineers (ASABE).
- Infante-Gil, S., & Zarate-de Lara, G. (1990). *Métodos estadísticos: Un enfoque multidisciplinario*. México: Trillas.
- Ministerio de Obras Públicas (MOP). (1967). *Manual de drenaje*. Colombia: Universidad de los Andes. Facultad de Ciencias Forestales
- Ministro de Transporte e Infraestructura (MTI). (2008). *Manual para la revisión de estudios hidrotécnicos de drenaje menor*. Nicaragua: División general de planificación. Retrieved from <https://sjnavarro.files.wordpress.com/2008/08/manual-para-revision-disenos-drenaje-menor.pdf>
- Normann, J. M., Houghtalen, R. J., & Johnson, W. J. (1985). *Hydraulic design of highway culverts*. Washington D.C., USA: National Highway Institute.
- tangente, no representa buena estimación del comportamiento real en la estructura, ya que la zona de transición inicia cuando la carga es menor a 1.2 veces el diámetro. En la realidad, la transición vertedor-orificio presenta tendencia curva, no lineal como lo expresan varios autores. Con la simplificación a un modelo lineal, los resultados en la práctica son aceptables, ya que sólo se pierde un 0.2 % de precisión. Finalmente, el funcionamiento hidráulico de la alcantarilla se puede describir mediante la Ecuación 13; no obstante, es importante resaltar que al utilizar esta expresión general polinomial de tercer orden queda eliminada la zona de transición, ya que el ajuste no distingue los diversos tipos de comportamiento.

Fin de la version en español

- Schall, J. D., Thompson, P. L., Zerges, S. M., Kilgore, R. T., & Morris J. L. (2012). *Hydraulic design of highway culverts*. Washington D.C., USA: National Highway Institute. Retrieved from https://www.fs.fed.us/biology/nsaec/fishxing/fplibrary/FHWA_2005_Hydraulic_design_of_highway_culverts.pdf
- Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). (1991). *Manual de proyecto geométrico de carreteras*. México: Author. Retrieved from http://www.sct.gob.mx/fileadmin/DireccionesGrales/DGRH/html_spc/formatos/manual_de_proyecto_geometrico_SCT.pdf
- Tullis, B. P., & Robinson, S. C. (2008). Quantifying culvert exit loss. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 134(2), 263-266. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9437(2008)134:2(263)
- Urban Drainage and Flood Control District (UDFCD). (2016). *Urban storm drainage criteria manual: Structures, storage and recreation*. Denver, Colorado, USA: Author. Retrieved from <https://udfcd.org/volume-two>