

## Evaluation of a mathematical model to predict growth and nitrogen content in tomatoes (*Solanum lycopersicum* L.) under greenhouse conditions

## Evaluación de un modelo matemático para predecir el crecimiento y contenido de nitrógeno en jitomate (*Solanum lycopersicum* L.) de invernadero

José A. Mancilla-Morales<sup>1</sup>; Mario A. Tornero-Campante<sup>1\*</sup>; Irineo L. López-Cruz<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Colegio de Postgraduados, Campus Puebla. Boulevard Forjadores de Puebla núm. 205, Santiago Momoxpan, San Pedro Cholula, Puebla, C. P. 72760, MÉXICO.

<sup>2</sup>Universidad Autónoma de Chapingo. Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua. Carretera México-Texcoco km 38.5, Texcoco, Estado de México, C. P. 56230, MÉXICO.

\*Corresponding author: mtornero@colpos.mx, tel. 01 222 285 14 42, ext. 2051.

### Abstract

**Introduction:** Mathematical crop modeling allows selecting different simulation environments and analyze the response of different variables over time to estimate, predict and potentiate the growth of a crop.

**Objective:** To simulate and evaluate a dynamic mathematical model to predict tomato growth and nitrogen content in the plant under greenhouse conditions.

**Methodology:** The simulation was performed with the VegSyst model, for which climate variables and greenhouse tomato crop variables were recorded during two cycles, for the evaluation a local sensitivity analysis and non-linear parametric identification were applied.

**Results:** The sensitivity analysis allowed identifying the most sensitive parameters of the model and with the parametric identification the values of the parameters were found, which allowed fitting the simulations to the measurements made in the greenhouse.

**Limitations of the study:** The VegSyst model only allows simulating nitrogen in the plant. In addition, it is necessary to calibrate the model to the climatic conditions of the site for experiments in other areas.

**Originality:** Based on the VegSyst model, equations were proposed and calibrated to estimate height, number of fruits, nodes, dry matter of fruits and dry weight of fruits.

**Conclusions:** The model predicts the growth of the tomato crop and the nitrogen content in the plant under greenhouse conditions.

**Keywords:** sensitivity analysis, calibration, evaluation, parameters, simulation.

### Resumen

**Introducción:** La modelación matemática de cultivos permite seleccionar distintos ambientes de simulación y analizar la respuesta de diversas variables en el tiempo para estimar, predecir y potencializar el crecimiento de un cultivo.

**Objetivo:** Simular y evaluar un modelo matemático dinámico para predecir el crecimiento del cultivo de jitomate y el contenido de nitrógeno en la planta bajo condiciones de invernadero.

**Metodología:** La simulación se realizó con el modelo VegSyst, para lo cual se tomaron variables del clima y del cultivo de jitomate en invernadero durante dos ciclos. Para la evaluación se aplicó un análisis de sensibilidad local e identificación paramétrica no lineal.

**Resultados:** El análisis de sensibilidad permitió identificar los parámetros más sensibles del modelo y con la identificación paramétrica se encontraron los valores de los parámetros que permitieron el ajuste de las simulaciones a las mediciones realizadas en el invernadero.

**Limitaciones del estudio:** El modelo VegSyst sólo permite simular el nitrógeno en la planta. Además, es necesario calibrar el modelo a las condiciones climáticas del lugar para experimentos en otras zonas.

**Originalidad:** Con base en el modelo VegSyst se propusieron y calibraron ecuaciones para estimar altura, número de frutos, nodos, materia seca de frutos y peso seco de frutos.

**Conclusiones:** El modelo ayuda a predecir el crecimiento del cultivo de jitomate y el contenido de nitrógeno en la planta bajo condiciones de invernadero.

**Palabras clave:** análisis de sensibilidad, calibración, evaluación, parámetros, simulación.

## Introduction

Dynamic simulation is a technique that, in recent years, has been applied to mechanical and biological systems (Carcamo et al., 2014; Thornley & France, 2007). The simulation of a mathematical model allows understanding the behavior of a growth system of a given crop under different climatic or nutritional conditions (Soltani & Sinclair, 2012). This type of models are described by a set of dynamic equations in continuous or discrete form (Wallach, Makowski, Jones, & Bruns, 2014), and generally contain empirical knowledge, parameters and variables to explain crop yield (Bhatia, 2014; López-Cruz, Ramírez-Arias, & Rojano-Aguilar, 2005). In this sense, the use of crop simulation has made it possible to estimate and predict potential yields, as well as to control the factors that limit their production and profitability (Haefner, 2012; Radojevic, Kostadinovic, VljajKovic, & Veg, 2014).

In the specific case of tomato crops, because it is a biological system with chemical and physical interactions, which makes it highly non-linear, it is suitable for simulation analysis (Vargas-Sállago, López-Cruz, & Rico-García, 2012). This crop requires optimal climatic conditions to grow, mainly temperature, relative humidity, radiation and CO<sub>2</sub> (Food and Agriculture Organization of the United Nations [FAO], 2001), and large amounts of water and nutrients are needed, particularly nitrogen, to achieve high yields (FAO, 2013). This commonly leads to nitrate leaching (NO<sub>3</sub>) and consequent groundwater pollution (Aristizábal-Gutiérrez & Cerón-Rincón, 2012; Gallardo et al., 2011).

Multiple dynamic mathematical models have been developed to estimate tomato growth, such as the following: TOMSIM, TOMGRO and TOMPOUSSE (López-Cruz et al., 2005; López-Cruz, Arteaga-Ramírez, Vázquez-Peña, López-López, & Robles-Bañuelos, 2009), which require a large number of state variables and parameters due to their structure in terms of ordinary non-linear differential equations (Wallach et al., 2014). In this study, the VegSyst model was used, which allows estimating crop biomass ( $DMP_i$ ), plant nitrogen ( $N_i$ ) and crop evapotranspiration ( $ET_i$ ), and, considers thermal time and can be adapted to different sowing dates and different practices under greenhouse conditions. However, the model assumes that crops do not have water and nutrient limitations (Gallardo et al., 2011; Gallardo, Thompson, Giménez, Padilla, & Stöckle, 2014). Therefore, the objective of this study was to simulate and evaluate the VegSyst model to predict the growth of tomato crop and nitrogen content in the plant under greenhouse conditions.

## Materials and methods

The VegSyst dynamic model was proposed by Gallardo et al. (2011) and has three input variables, thirteen

## Introducción

La simulación dinámica es una técnica que, en los últimos años, se ha aplicado a los sistemas mecánicos y biológicos (Carcamo et al., 2014; Thornley & France, 2007). La simulación de un modelo matemático permite entender y conocer el comportamiento de un sistema de crecimiento de un cultivo determinado bajo distintas condiciones climáticas o nutricionales (Soltani & Sinclair, 2012). Este tipo de modelos son descritos por un conjunto de ecuaciones dinámicas en forma continua o discreta (Wallach, Makowski, Jones, & Bruns, 2014), y por lo general contienen conocimiento empírico, parámetros y variables para explicar el rendimiento del cultivo (Bhatia, 2014; López-Cruz, Ramírez-Arias, & Rojano-Aguilar, 2005). En este sentido, el uso de simulación en los cultivos ha permitido estimar y predecir rendimientos potenciales, así como controlar los factores que limitan la producción y rentabilidad de los mismos (Haefner, 2012; Radojevic, Kostadinovic, VljajKovic, & Veg, 2014).

En el caso específico del cultivo de jitomate, debido a que es un sistema biológico con interacciones químicas y físicas, lo que hace que sea altamente no lineal, es apto para analizarlo mediante simulación (Vargas-Sállago, López-Cruz, & Rico-García, 2012). Este cultivo requiere de condiciones climáticas óptimas para su crecimiento, principalmente temperatura, humedad relativa, radiación y CO<sub>2</sub> (Food and Agriculture Organization of the United Nations [FAO], 2001), además necesita grandes cantidades de agua y nutrimentos, particularmente nitrógeno, para lograr altos rendimientos (FAO, 2013). Lo anterior conlleva, comúnmente, a una lixiviación de nitratos (NO<sub>3</sub>) y consecuente contaminación de aguas subterráneas (Aristizábal-Gutiérrez & Cerón-Rincón, 2012; Gallardo et al., 2011).

Se han desarrollado diversos modelos matemáticos dinámicos para estimar el crecimiento del jitomate, algunos de estos son Koning, TOMSIM, TOMGRO y TOMPOUSSE (López-Cruz et al., 2005; López-Cruz, Arteaga-Ramírez, Vázquez-Peña, López-López, & Robles-Bañuelos, 2009), los cuales requieren una gran cantidad de variables de estado y parámetros debido a su estructura en cuanto a ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales (Wallach et al., 2014). En este trabajo se utilizó el modelo VegSyst, el cual permite estimar biomasa del cultivo ( $DMP_i$ ), nitrógeno en la planta ( $N_i$ ) y evapotranspiración del cultivo ( $ET_i$ ), además, considera el tiempo térmico y se puede adaptar a diferentes fechas de siembra y diferentes prácticas en el invernadero. Sin embargo, el modelo asume que los cultivos no tienen limitaciones de agua y nutrimentos (Gallardo et al., 2011; Gallardo, Thompson, Giménez, Padilla, & Stöckle, 2014). Por lo tanto, el objetivo de este trabajo fue simular y evaluar el modelo VegSyst para predecir el crecimiento del cultivo de jitomate y el

parameters and three output variables in a set of difference equations in discrete time. It requires as input variables daily data on maximum temperature [ $T_{max}$  (°C)], minimum temperature [ $T_{min}$  (°C)] and photosynthetically active radiation [PAR (MJ·m<sup>-2</sup>·day<sup>-1</sup>)]. The model takes into consideration two stages in the crop cycle: 1) from transplanting to maximum PAR interception and 2) from maximum PAR interception to crop maturity (Giménez et al., 2013).

The dynamic model is written in difference equations in discrete form and uses the thermal time accumulation [ $CTT(i)$  (°D)], which is obtained by the triangulation method (Equation 1) proposed by Zalom, Goodell, Wilson, Barnett, and Bentley (1983) and retaken by Gallardo et al. (2011, 2014) and Giménez et al. (2013).

$$CTT(i) = \frac{\left(\frac{6(T_{max}(i)-T_{low})^2}{T_{max}(i)-T_{min}(i)}\right) - \left(\frac{6(T_{max}(i)-T_{up})^2}{T_{max}(i)-T_{min}(i)}\right)}{12} \quad (1)$$

where  $i$  is the day,  $T_{max}$  (°C) and  $T_{min}$  (°C) are the maximum and minimum daily temperature, respectively, and  $T_{low}$  (°C) and  $T_{up}$  (°C) are the optimal maximum and minimum temperature levels, respectively, where growth does not stop, i.e. 12 and 28 °C, respectively, for tomato according to the FAO (2013).

To estimate the relative thermal time in the two stages of the crop ( $RTT$ ), the VegSyst model uses the following equations (Gallardo et al., 2011, 2014; Giménez et al., 2013):

$$RTT_1(i) = \frac{CTT(i)}{CTT_f} \quad (2)$$

$$RTT_2(i) = \frac{CTT(i) - CTT_f}{CTT_{mat} - CTT_f} \quad (3)$$

where  $CTT_f$  is the cumulative of  $CTT(i)$  on the day the maximum PAR interception (°D) was observed and  $CTT_{mat}$  is the value of  $CTT(i)$  on the day crop maturity (°D) was shown. The estimation of the intercepted fraction of PAR ( $f_{i-PAR}$ ) in the two stages of the crop is carried out by means of Equations 4 and 5:

$$f_{i-PAR} = f_0 + \left\{ \frac{f_f - f_0}{1 + B_1 \exp[-\alpha_1 RTT_1(i)]} \right\} \quad (4)$$

$$f_{i-PAR} = f_f + \left\{ \frac{f_f - f_{mat}}{1 + B_2 \exp[-\alpha_2 RTT_2(i)]} \right\} \quad (5)$$

where  $f_0$  is the initial fraction of PAR in the crop,  $f_f$  is the maximum intercepted fraction of PAR,  $f_{mat}$  is the fraction of PAR at crop maturity,  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$  are fitting coefficients,  $B_1$  and  $B_2$  are functions estimated by Equation 6 and 7, where  $RTT_{0.5}$  is the relative thermal time in the middle of the crop cycle.

contenido de nitrógeno en la planta bajo condiciones de invernadero.

## Materiales y métodos

El modelo dinámico VegSyst fue propuesto por Gallardo et al. (2011) y cuenta con tres variables de entrada, trece parámetros y tres variables de salida en un conjunto de ecuaciones en diferencias en tiempo discreto. Requiere como variables de entrada datos diarios de temperatura máxima [ $T_{max}$  (°C)], temperatura mínima [ $T_{min}$  (°C)] y radiación fotosintéticamente activa [PAR (MJ·m<sup>-2</sup>·día<sup>-1</sup>)]. El modelo considera dos etapas en el ciclo del cultivo: 1) del trasplante a la máxima intercepción de PAR y 2) de la máxima intercepción de PAR a la madurez del cultivo (Giménez et al., 2013).

El modelo dinámico está escrito en ecuaciones en diferencias en forma discreta y utiliza la acumulación de tiempo térmico [ $CTT(i)$  (°D)], la cual es obtenida por el método de triangulación (Ecuación 1) propuesto por Zalom, Goodell, Wilson, Barnett, y Bentley (1983) y retomado por Gallardo et al. (2011, 2014) y Giménez et al. (2013).

$$CTT(i) = \frac{\left(\frac{6(T_{max}(i)-T_{low})^2}{T_{max}(i)-T_{min}(i)}\right) - \left(\frac{6(T_{max}(i)-T_{up})^2}{T_{max}(i)-T_{min}(i)}\right)}{12} \quad (1)$$

Donde  $i$  es el día,  $T_{max}$  (°C) y  $T_{min}$  (°C) son la temperatura diaria máxima y mínima, respectivamente, y  $T_{low}$  (°C) y  $T_{up}$  (°C) son los niveles óptimos de temperatura máxima y mínima, respectivamente, en donde no se detiene el crecimiento, es decir, 12 y 28 °C, respectivamente, para el jitomate de acuerdo con la FAO (2013).

Para calcular el tiempo térmico relativo en las dos etapas del cultivo ( $RTT$ ), el modelo VegSyst utiliza las siguientes ecuaciones (Gallardo et al., 2011, 2014; Giménez et al., 2013):

$$RTT_1(i) = \frac{CTT(i)}{CTT_f} \quad (2)$$

$$RTT_2(i) = \frac{CTT(i) - CTT_f}{CTT_{mat} - CTT_f} \quad (3)$$

donde  $CTT_f$  es el acumulado de  $CTT(i)$  en el día donde se presentó la máxima intercepción de PAR (°D) y  $CTT_{mat}$  es el valor de  $CTT(i)$  en el día donde se presentó la madurez del cultivo (°D). El cálculo de la fracción interceptada de PAR ( $f_{i-PAR}$ ) en las dos etapas del cultivo se realiza por medio de las Ecuaciones 4 y 5:

$$f_{i-PAR} = f_0 + \left\{ \frac{f_f - f_0}{1 + B_1 \exp[-\alpha_1 RTT_1(i)]} \right\} \quad (4)$$

$$f_{i-PAR} = f_f + \left\{ \frac{f_f - f_{mat}}{1 + B_2 \exp[-\alpha_2 RTT_2(i)]} \right\} \quad (5)$$

$$B_1 = \frac{1}{\exp(-\alpha_1 RTT_{0.5})} \quad (6)$$

$$B_2 = \frac{1}{\exp(-\alpha_2 RTT_{0.5})} \quad (7)$$

From the above equations, Equation 8 is proposed for calculating daily dry matter in the crop [ $DMP_i$  ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$ )].

$$DMP_i = PAR_i \times RUE \quad (8)$$

Where  $PAR_i$  is the daily PAR in the crop ( $\text{MJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{day}^{-1}$ ) calculated using the crop's  $f_{i-PAR}$  product and the PAR measurements recorded by the sensor and  $RUE$  is the efficient use of radiation ( $\text{g}\cdot\text{MJ}^{-1}\cdot\text{PAR}^{-1}$ ).

To estimate the nitrogen content in the plant [ $N_i$  (%)] the model uses the following equation:

$$N_i = a \times DMP_i^b \quad (9)$$

Where  $a$  and  $b$  are fitting coefficients, and to estimate the nitrogen uptake by the plant ( $N_{upk}$  ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$ )) we multiplied  $DMP_i$  by  $N_i$ .

The nominal values of  $T_{up}$  and  $T_{low}$  were taken from FAO (2013), and  $CTT_f$  and  $CTT_{mat}$  were obtained from Equation 1. The other coefficients of Equations 1 to 9 are shown in Table 1, which were taken from Gallardo et al. (2011) and Giménez et al. (2013).

The variable daily dry matter was used to estimate plant height ( $H$ ), number of fruits ( $N_{fruits}$ ), number

donde  $f_0$  es la fracción inicial de PAR en el cultivo,  $f_f$  es la fracción máxima interceptada de PAR,  $f_{mat}$  es la fracción de PAR en la madurez del cultivo,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son coeficientes de ajuste,  $B_1$  y  $B_2$  son funciones calculadas por la Ecuación 6 y 7, en donde  $RTT_{0.5}$  es el tiempo térmico relativo en la mitad del ciclo del cultivo.

$$B_1 = \frac{1}{\exp(-\alpha_1 RTT_{0.5})} \quad (6)$$

$$B_2 = \frac{1}{\exp(-\alpha_2 RTT_{0.5})} \quad (7)$$

A partir de las ecuaciones anteriores, se propone la Ecuación 8 para calcular materia seca diaria en el cultivo [ $DMP_i$  ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$ )].

$$DMP_i = PAR_i \times RUE \quad (8)$$

Donde  $PAR_i$  es el PAR diario en el cultivo ( $\text{MJ}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{día}^{-1}$ ) calculado mediante el producto de  $f_{i-PAR}$  del cultivo y las mediciones de PAR registradas por el sensor y  $RUE$  es el uso eficiente de radiación ( $\text{g}\cdot\text{MJ}^{-1}\cdot\text{PAR}^{-1}$ ).

Para calcular el contenido de nitrógeno en la planta [ $N_i$  (%)] el modelo utiliza la siguiente ecuación:

$$N_i = a \times DMP_i^b \quad (9)$$

donde  $a$  y  $b$  son coeficientes de ajuste, y para calcular el nitrógeno consumido por la planta ( $N_{upk}$  ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$ )) se multiplicó  $DMP_i$  por  $N_i$ .

Los valores nominales de  $T_{up}$  y  $T_{low}$  se tomaron de la FAO (2013), y  $CTT_f$  y  $CTT_{mat}$  se obtuvieron a partir de

**Table 1. Nominal value of each parameter of the VegSyst model.**  
**Cuadro 1. Valor nominal de cada parámetro del modelo VegSyst.**

Parameters / Parámetros	Value / Valores
Optimum maximum temperature ( $T_{up}$ ) / Temperatura máxima óptima ( $T_{up}$ )	28 °C
Optimum minimum temperature ( $T_{low}$ ) / Temperatura mínima óptima ( $T_{low}$ )	12 °C
Accumulation of thermal time at maximum PAR interception ( $CTT_f$ ) / Acumulación de tiempo térmico en la máxima intercepción de PAR ( $CTT_f$ )	197 °D
Accumulation of thermal time at maturity of the crop ( $CTT_{mat}$ ) / Acumulación de tiempo térmico en la madurez del cultivo ( $CTT_{mat}$ )	461 °D
Efficient use of radiation ( $RUE$ ) / Uso eficiente de radiación ( $RUE$ )	4.3
Fitting coefficient ( $a$ ) / Coeficiente de ajuste ( $a$ )	7.55
Fitting coefficient ( $b$ ) / Coeficiente de ajuste ( $b$ )	-0.126
Initial fraction of PAR in the crop ( $f_0$ ) / Fracción inicial de PAR en el cultivo ( $f_0$ )	0.02
Maximum intercepted fraction of ( $f_f$ ) / Máxima fracción interceptada de PAR ( $f_f$ )	0.71
Fraction of PAR at crop maturity ( $f_{mat}$ ) / Fracción de PAR en la madurez del cultivo ( $f_{mat}$ )	0.65
Relative thermal time in the first period of the crop cycle ( $RTT_{0.5}$ ) / Tiempo térmico relativo en el primer periodo del ciclo del cultivo ( $RTT_{0.5}$ )	0.58
Fitting coefficient ( $\alpha_1$ ) / Coeficiente de ajuste ( $\alpha_1$ )	9
Fitting coefficient ( $\alpha_2$ ) / Coeficiente de ajuste ( $\alpha_2$ )	7



of nodes ( $Nnodes$ ), dry matter of fruits ( $DMP_{Fruits}$ ) and fresh weight of fruits ( $Pfreshfr$ ). The equations for these variables were proposed based on the expo-linear and logistic model (Cárdenas, Giannuzzi, Noia, & Zaritzky, 2017; Posada & Rosero-Noguera, 2007):

$$H = \frac{DMP_i \times d}{d + (d + DMP_i)\exp(-e \times t)} \quad (10)$$

$$Nfruits = \frac{g_1 \times DMP}{1 + g_2 \exp(-g_3 \times t)} \quad (11)$$

$$Nnodes = h \times Alt \quad (12)$$

$$DMP_{Fruits} = c_1 \times DMP \quad (13)$$

$$Pfreshfr = c_2(DMP_{Fruits} \times Nfruits) \quad (14)$$

where  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  and  $h$  are fitting coefficients.

Regarding the variables of climate required by the VegSyst model, these were obtained through an Arduino™ card, which was programmed to acquire data from two sensors. The first one to measure temperature and relative humidity of the air, and the second to obtain PAR data. The characteristics of these sensors are shown in Table 2.

The temperature and humidity sensor was placed in the middle of a PVC (polymerizing vinyl chlorid) tube of 3 inches in diameter and 50 cm long, which was cover with aluminum foil and inside was placed a fan in the direction of extractor for air circulation and to prevent that radiation and heat generated by high temperatures affect the measurements. This served as a protection box for the sensors (Erell, Leal, & Maldonado, 2003, 2005; Lee et al., 2016). While the PAR sensor was installed on a metal base ensuring a 90° angle to the surface.

Climatic variables were measured with the sensors every 5 s and averaged every 5 min to store them in SD memory.

**Table 2. Characteristics of the sensors.**

**Cuadro 2. Características de los sensores.**

Sensor	Manufacturer / Fabricante	Range / Rango	Accuracy / Precisión
Temperature and humidity sensor / Sensor de temperatura y humedad	Grove Model: SEN51035P / Grove Modelo: SEN51035P	Temperature: -40 a 80 °C / Temperatura: -40 a 80 °C	± 0.3 °C
		Humidity: 0 to 99.9 % / Humedad: 0 a 99.9 %	± 3 %
PAR sensor / Sensor PAR	Spectrum Technologies Model: SP03668I6 / Spectrum Technologies Modelo: SP03668I6	0 to 2500 μmol·m <sup>-2</sup> ·s <sup>-1</sup> / 0 a 2500 μmol·m <sup>-2</sup> ·s <sup>-1</sup>	± 5 %

la Ecuación 1. Los otros coeficientes de las Ecuaciones 1 a 9 se presentan en el Cuadro 1, los cuales se tomaron de Gallardo et al. (2011) y Giménez et al. (2013).

La variable de materia seca diaria se utilizó para calcular la altura de la planta ( $Alt$ ), el número de frutos ( $Nfrutos$ ), el número de nodos ( $Nnodes$ ), la materia seca de frutos ( $DMP_{Frutos}$ ) y el peso fresco de frutos ( $Pfreshfr$ ). Las ecuaciones para estas variables se propusieron con base en el modelo expo-lineal y logístico (Cárdenas, Giannuzzi, Noia, & Zaritzky, 2017; Posada & Rosero-Noguera, 2007):

$$Alt = \frac{DMP_i \times d}{d + (d + DMP_i)\exp(-e \times t)} \quad (10)$$

$$Nfrutos = \frac{g_1 \times DMP}{1 + g_2 \exp(-g_3 \times t)} \quad (11)$$

$$Nnodes = h \times Alt \quad (12)$$

$$DMP_{Frutos} = c_1 \times DMP \quad (13)$$

$$Pfreshfr = c_2(DMP_{Frutos} \times Nfrutos) \quad (14)$$

donde  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  y  $h$  son coeficiente de ajuste.

Con respecto a las variables del clima que requiere el modelo VegSyst, estas se obtuvieron mediante una tarjeta Arduino™, la cual se programó para adquirir los datos provenientes de dos sensores. El primero para medir la temperatura y humedad relativa del aire, y el segundo para obtener datos de PAR. Las características de estos sensores se muestran en el Cuadro 2.

El sensor de temperatura y humedad se colocó en medio de un tubo de PVC (policloruro de vinilo) de 3 plg de diámetro y 50 cm de largo, el cual se forró con papel aluminio y al interior se colocó un ventilador en sentido de extractor para la circulación de aire y evitar que la radiación y el calor generado por las temperaturas altas afectaran las mediciones. Esto sirvió como garita de protección para los sensores (Erell, Leal, & Maldonado,

The equipment was installed in a commercial production greenhouse located in Aquixtla, Puebla, Mexico (19° 28' 21" latitude north and 97° 33' 10" longitude west, at 2129 m altitude), with an area of 2000 m<sup>2</sup>, with thermal tetra plastic cover with 15 % shade, zenithal ventilation and four side vents (with total area of 263 m<sup>2</sup>).

To evaluate the model, simulations and measurements of growth variables were compared in a crop of tomato (*Solanum lycopersicum* L.) hybrid saladette known as "Reserva", of undetermined growth habit, grown in soil. The nutrients were applied in the irrigation water (fertigation). The crop data were taken during two agricultural cycles. The first, 150 days after transplanting (dat), from February to August 2016, and the second 31 dat, from August to December 2016. Sampling for the data was carried out every 15 days during the two growing cycles. The variables measured were: dry matter, nitrogen content, plant height, number of leaves, number of nodes, number of flowers and number of fruits.

In order to determine the dry matter, four plants were taken from each sample, which were subjected to a destructive process and then deposited in paper bags. Each sample was placed in a drying oven at 70 °C for 72 h, and then weighed to obtain the dry matter from the plant.

The nitrogen content in the plant was determined by the Kjeldhal method. For this purpose, 0.2 g of dry matter was taken from the plant and mixed with selenium, concentrated sulphuric acid, sodium hydroxide, 4 % boric acid, 0.1 % hydrochloric acid, methyl red and methylene red; the mixture underwent a digestion and distillation process (Jarquín-Sánchez, Salgado-García, Palma-López, Camacho-Chiu, & Guerrero-Peña, 2011). The nitrogen uptake was obtained by multiplying the nitrogen content by the dry matter content (Gallardo et al., 2011, 2014; Giménez et al., 2013).

### Sensitivity analysis of the VegSyst model

The sensitivity analysis allows us to analyze the relationships between information entering and coming out of a model, as well as to evaluate input variables, parameters and initial conditions of the model with respect to state variables and outputs (López-Cruz, Rojano-Aguilar, Salazar-Moreno, & López-López, 2014; Saltelli, Tarantola, Campolongo, & Ratto, 2004). For this analysis, a local method was used (Equation 15), based on the estimation of partial derivatives (López-Cruz et al., 2014; Saltelli et al., 2004).

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x_i}{\partial p_j} = A(t) \frac{\partial x}{\partial p_j} + \frac{\partial f}{\partial p_j} \quad j = 1, \dots, q; \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

2003, 2005; Lee et al., 2016). Mientras que el sensor de PAR se instaló en una base metálica asegurando un ángulo de 90 ° con respecto a la superficie.

Las variables climáticas se midieron con los sensores cada 5 s y se promediaron cada 5 min para almacenarlas en una memoria SD.

El equipo se instaló en un invernadero de producción comercial localizado en Aquixtla, Puebla, México (19° 28' 21" latitud norte y 97° 33' 10" longitud oeste, a 2129 m de altitud), con una superficie de 2000 m<sup>2</sup>, cubierta de plástico tetra térmico con 15 % sombra, ventilación cenital y cuatro ventilas laterales (con área total de 263 m<sup>2</sup>).

Para evaluar el modelo se compararon simulaciones y mediciones de las variables de crecimiento en un cultivo de jitomate (*Solanum lycopersicum* L.) híbrido tipo saladette conocido como "Reserva", de hábito de crecimiento indeterminado, producido en suelo. Los nutrimentos se aplicaron en el agua de riego (fertirrigación). Los datos del cultivo se tomaron durante dos ciclos agrícolas. El primero a los 150 días después del trasplante (ddt), de febrero a agosto de 2016, y el segundo a los 131 ddt, de agosto a diciembre de 2016. El muestreo para la obtención de los datos se llevó a cabo cada 15 días durante los dos ciclos de cultivo. Las variables medidas fueron: materia seca, contenido de nitrógeno, altura de planta, número de hojas, número de nodos, número de flores y número de frutos.

Para determinar la materia seca se tomaron cuatro plantas por cada muestreo, las cuales se sometieron a un proceso destructivo para después depositarlas en bolsas de papel. Cada muestra se colocó en una estufa de secado a 70 °C durante 72 h, posteriormente se pesaron para obtener la materia seca de la planta.

El contenido de nitrógeno en la planta se determinó por el método de Kjeldhal. Para ello, se tomaron 0.2 g de materia seca de la planta y se mezclaron con selenio, ácido sulfúrico concentrado, hidróxido de sodio, ácido bórico al 4 %, ácido clorhídrico 0.1 %, rojo de metilo y rojo de metileno; la mezcla se sometió a un proceso de digestión y destilación (Jarquín-Sánchez, Salgado-García, Palma-López, Camacho-Chiu, & Guerrero-Peña, 2011). Por su parte, el nitrógeno consumido por la planta se obtuvo al multiplicar el contenido de nitrógeno por el contenido de materia seca (Gallardo et al., 2011, 2014; Giménez et al., 2013).

### Análisis de sensibilidad del modelo VegSyst

El análisis de sensibilidad permite analizar las relaciones entre la información que entra y sale

Where  $p$  is the nominal parameter,  $x$  is the vector of state variables,  $f$  is the model equations,  $q$  is the number of state variables,  $n$  is the number of parameters, and  $A(t)$  is equal to:

$$A(t) = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \quad (16)$$

By expressing the above equation in matrix form we have:

$$\dot{S} = AS + M \quad M = \frac{\partial f_i}{\partial p_j} \quad (17)$$

The state sensitivity was estimated using Equations 18 to 20, and the absolute sensitivity using Equation 21.

$$\frac{dS(t)}{dt} = A(t, p^0)S(t) + M(t, p^0) \quad (18)$$

$$A(t, p^0) = \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial x} \Big|_{x = x(t, p^0)} \quad (19)$$

$$M(t, p^0) = \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial p} \Big|_{x = x(t, p^0)} \quad (20)$$

$$S(t) = \frac{\partial x(t, p^0)}{\partial p} \quad (21)$$

Where  $p^0$  is the nominal value of the parameters.

The sensitivity of the outputs and the relative sensitivity were estimated with Equations 22 and 23, respectively,

$$S_y = \frac{\partial y}{\partial p} = \frac{\partial g}{\partial x} S + \frac{\partial g}{\partial p} \quad (22)$$

$$S(t) = \frac{p^0}{x(t, p^0)} \frac{\partial x(t, p^0)}{\partial p} \quad (23)$$

Sensitivity indices were obtained from the integral under the curve of the sensitivity functions (López-Cruz et al., 2014).

### Calibration of the VegSyst model

The parameters of a mathematical model can be provided by its author, known through bibliography or must be determined from measurements (López-Cruz et al., 2009; Wallach et al., 2014). One of the best known techniques for finding parameter values is by estimation or calibration using the nonlinear least squares method (Levenberg-Marquardt) (Soltani & Sinclair, 2012). This technique involves an iterative process of convergence, where a function to be minimized is sought (Equation 24) and allows identifying the values of the parameters of the VegSyst model (López-Cruz et al., 2009). The non-linear least squares procedure is available in the function “lsqnonlin” of Matlab®.

de un modelo, así como evaluar las variables de entrada, parámetros y condiciones iniciales del modelo con respecto a las variables de estado y las salidas (López-Cruz, Rojano-Aguilar, Salazar-Moreno, & López-López, 2014; Saltelli, Tarantola, Campolongo, & Ratto, 2004). Para este análisis se utilizó un método local (Ecuación 15) basado en el cálculo de derivadas parciales (López-Cruz et al., 2014; Saltelli et al., 2004).

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x_i}{\partial p_j} = A(t) \frac{\partial x}{\partial p_j} + \frac{\partial f}{\partial p_j} \quad j = 1, \dots, q; \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

Donde  $p$  es el parámetro nominal,  $x$  es el vector de variables de estados,  $f$  representa las ecuaciones del modelo,  $q$  es el número de variables de estado,  $n$  es el número de parámetros y  $A(t)$  es igual a:

$$A(t) = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \quad (16)$$

Al expresar la ecuación anterior en forma matricial se tiene:

$$\dot{S} = AS + M \quad M = \frac{\partial f_i}{\partial p_j} \quad (17)$$

La sensibilidad de estado se calculó mediante las Ecuaciones 18 a 20, y la sensibilidad absoluta mediante la Ecuación 21.

$$\frac{dS(t)}{dt} = A(t, p^0)S(t) + M(t, p^0) \quad (18)$$

$$A(t, p^0) = \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial x} \Big|_{x = x(t, p^0)} \quad (19)$$

$$M(t, p^0) = \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial p} \Big|_{x = x(t, p^0)} \quad (20)$$

$$S(t) = \frac{\partial x(t, p^0)}{\partial p} \quad (21)$$

Donde  $p^0$  es el valor nominal de los parámetros.

Por su parte, la sensibilidad de las salidas y la relativa se calcularon mediante las Ecuaciones 22 y 23, respectivamente,

$$S_y = \frac{\partial y}{\partial p} = \frac{\partial g}{\partial x} S + \frac{\partial g}{\partial p} \quad (22)$$

$$S(t) = \frac{p^0}{x(t, p^0)} \frac{\partial x(t, p^0)}{\partial p} \quad (23)$$

Los índices de sensibilidad se obtuvieron a partir de la integral bajo la curva de las funciones de sensibilidad (López-Cruz et al., 2014).

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m r_j^2(x) \quad (24)$$

Where  $x = x_1 \dots x_n$  and  $r_j = r_j(x_1) \dots r_n(x_m)$  are residual values under the condition  $m \geq n$ ;  $r(x) = [r_1(x_1) \dots r_n(x_m)]$ .

While the Jacobian matrix has the following structure:

$$J(x) = \frac{\partial r_j}{\partial x_i}, \quad 1 \leq j \leq m, \quad 1 \leq i \leq n \quad (25)$$

$$\nabla f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m r_j(x) \nabla r_j(x) = J(x)^T r(x) \quad (26)$$

$$\nabla^2 f(x) = J(x)^T J(x) + \sum_{j=1}^m r_j(x) \nabla^2 r_j(x) \quad (27)$$

If  $r_j \approx \nabla^2 r_j(x)$  or residues  $r_j(x)$  are small, then:

$$\nabla^2 f(x) = J(x)^T J(x) \quad (28)$$

$$x_{i+1} = x_i - \lambda \nabla f \quad (29)$$

In order to quantitatively evaluate the behavior of the VegSyst model before and after calibration, the following statistics were obtained: determination coefficient (R2), mean squared error (MSE), root mean squared error (RMSE), mean absolute error (MAE), mean of difference between measured and estimated data (BIAS), coefficient of variation (CV) and variance (VAR) (Wallach et al., 2014).

## Results and discussion

To perform the simulation with the VegSyst model, calibration and model validation techniques must be used (Giménez et al., 2013), because when using parameters proposed for other study areas, the simulations do not match the measurements made in the crop. For this reason, the sensitivity analysis and the calibration of the model were carried out. The first technique is used to determine how the variables predicted by the model are affected by the uncertainty of the parameters (López-Cruz et al., 2014), and with the second technique the values of those parameters are found (Soltani & Sinclair, 2012).

### Sensitivity analysis of the VegSyst model

Equations 15 to 23 were applied together with the variables of climate of the first agricultural cycle to perform the sensitivity analysis of the VegSyst model in the two stages of the crop, and in the variables of dry matter and nitrogen content in the plant. Sensitivity analysis was not performed for Equations 10 to 14, because they are fitting parameters and must be identified by calibration. To determine the sensitivity

### Calibración del modelo VegSyst

Los parámetros de un modelo matemático pueden ser proporcionados por su autor, conocidos mediante bibliografía o se deben determinar a partir de mediciones (López-Cruz et al., 2009; Wallach et al., 2014). Una de las técnicas más conocidas para encontrar los valores de los parámetros es mediante estimación o calibración a partir del método de mínimos cuadrados no lineales (Levenberg-Marquardt) (Soltani & Sinclair, 2012). Esta técnica involucra un proceso iterativo de convergencia, en donde se busca una función a minimizar (Ecuación 24) y permite identificar los valores de los parámetros del modelo VegSyst (López-Cruz et al., 2009). El procedimiento mínimos cuadrados no lineales está disponible en la función "lsqnonlin" de Matlab®.

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m r_j^2(x) \quad (24)$$

Donde  $x = x_1 \dots x_n$  y  $r_j = r_j(x_1) \dots r_n(x_m)$  son valores residuales bajo la condición de  $m \geq n$ ;  $r(x) = [r_1(x_1) \dots r_n(x_m)]$ .

Mientras que la matriz Jacobiana tiene la siguiente estructura:

$$J(x) = \frac{\partial r_j}{\partial x_i}, \quad 1 \leq j \leq m, \quad 1 \leq i \leq n \quad (25)$$

$$\nabla f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m r_j(x) \nabla r_j(x) = J(x)^T r(x) \quad (26)$$

$$\nabla^2 f(x) = J(x)^T J(x) + \sum_{j=1}^m r_j(x) \nabla^2 r_j(x) \quad (27)$$

Si  $r_j \approx \nabla^2 r_j(x)$  o los residuos  $r_j(x)$  son pequeños, entonces::

$$\nabla^2 f(x) = J(x)^T J(x) \quad (28)$$

$$x_{i+1} = x_i - \lambda \nabla f \quad (29)$$

Para evaluar cuantitativamente el comportamiento del modelo VegSyst, antes y después de la calibración se obtuvieron los siguientes estadísticos: coeficiente de determinación (R2), cuadrado medio del error (MSE), raíz del cuadrado medio del error (RMSE), media del error absoluto (MAE), promedio de la diferencia entre los datos medidos y calculados (BIAS), coeficiente de variación (CV) y varianza (VAR) (Wallach et al., 2014).

## Resultados y discusión

Para realizar la simulación con el modelo VegSyst, se deben emplear técnicas de calibración y validación del modelo (Giménez et al., 2013), ya que cuando se utilizan parámetros propuestos para otras zonas de estudio las simulaciones no se ajustan a las mediciones hechas en



**Table 3. Parameter sensitivity of the VegSyst model.**  
**Cuadro 3. Sensibilidad de los parámetros del modelo VegSyst.**

Parameter/ Parámetro	$DMP_i^1$		$N_i$	
	Stage 1/Etapa 1	Stage 2/Etapa 2	Stage 1/Etapa1	Stage 2/Etapa 2
$RUE$	121	121	45.98	45.98
$a$	0	0	121	121
$b$	0	0	288.1	291.2
$f_f$	120.99	246.76	45.97	82.07
$f_0$	0.0029	0	0.001	0
$f_{mat}$	0	94.97	0	36.09
$RTT_{05}$	0.36	1.89	0.14	-0.71
$\alpha_1$	0.46	0	0.178	0
$\alpha_2$	0	0.31	0	0.12

<sup>1</sup> $DMP_i$  = daily dry matter of the crop;  $N_i$  = nitrogen in the plant.

<sup>1</sup> $DMP_i$  = materia seca diaria del cultivo;  $N_i$  = nitrógeno en la planta.

indices, the nine parameters were plotted with each output variable for the two growing cycles, and the integral was calculated under the curve for each parameter using the function “trapz” Matlab® (Table 3).

The magnitude of each parameter with respect to each variable (Table 3) allows determining that  $RUE$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $f_f$  and  $f_{mat}$  are the most sensitive of the model in the two output variables and, therefore, they are the ones that must be calibrated, while the other four can take nominal values proposed by the authors of the model (López-Cruz et al., 2014; van Straten, 2008).

### Calibration of the VegSyst model

Using the nonlinear least squares technique and the Levenberg-Marquardt algorithm, the values of the five most sensitive parameters of the VegSyst model ( $RUE$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $f_f$  and  $f_{mat}$ ) were found and, additionally, the eight fitting parameters of Equations 10 to 14 were found (Table 4).

The simulations before and after calibration for the first and second growing cycle are shown in Figures 1 and 2, respectively; for both fitting was obtained after calibration.

Table 5 shows the values of the statistics determined to evaluate the behavior of the VegSyst model before and after calibration.

The results shown in Table 5 indicate that there was fitting of the output variables. The MSE decreased after calibration, i.e. the average of squared errors decreased between measurements and simulations (Soltani & Sinclair, 2012). The RMSE showed a similar situation for the eight estimated variables. For its part, the MAE value after calibration indicated that there was a fitting

el cultivo. Por ello, se hizo el análisis de sensibilidad y la calibración del modelo. La primera técnica se utiliza para determinar cómo las variables que predice el modelo son afectadas por la incertidumbre de los parámetros (López-Cruz et al., 2014), y con la segunda se encuentran los valores de esos parámetros (Soltani & Sinclair, 2012).

### Análisis de sensibilidad del modelo VegSyst

Las Ecuaciones 15 a 23 se aplicaron en conjunto con las variables de clima del primer ciclo agrícola para realizar el análisis de sensibilidad del modelo VegSyst en las dos etapas del cultivo, y en las variables de materia seca y contenido de nitrógeno en la planta. El análisis de sensibilidad no se realizó para las Ecuaciones 10 a 14, ya que los parámetros son de ajuste y deben ser identificados mediante calibración. Para determinar los índices de sensibilidad se graficaron los nueve parámetros con cada variable de salida para los dos ciclos de cultivo, y se calculó la integral bajo la curva para cada parámetro mediante la función “trapz” de Matlab® (Cuadro 3).

La magnitud de cada parámetro con respecto a cada variable (Cuadro 3) permite determinar que  $RUE$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $f_f$  y  $f_{mat}$  son los más sensibles del modelo en las dos variables de salida y, por lo tanto, son los que se deben calibrar, mientras que los otros cuatro pueden tomar valores nominales propuestos por los autores del modelo (López-Cruz et al., 2014; van Straten, 2008).

### Calibración del modelo VegSyst

Con la técnica de mínimos cuadrados no lineales y el algoritmo de Levenberg-Marquardt se encontraron los valores de los cinco parámetros más sensibles del modelo VegSyst ( $RUE$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $f_f$  y  $f_{mat}$ ) y, adicionalmente, se encontraron los ocho parámetros de ajuste de las Ecuaciones 10 a 14 (Cuadro 4).

Table 4. Estimated values of VegSyst model parameters.

Cuadro 4. Valores estimados de los parámetros del modelo VegSyst.

Parameters/ Parámetros	Before calibration/ Antes de la calibración	After calibration in the first growing cycle/ Después de la calibración en el primer ciclo de cultivo	After calibration in the second growing cycle/ Después de la calibración en el segundo ciclo de cultivo
<i>RUE</i>	4.3	4.19	4.01
<i>a</i>	7.55	7.66	7.93
<i>b</i>	-0.126	-0.22	-0.24
<i>f<sub>f</sub></i>	0.71	0.69	0.716
<i>f<sub>mat</sub></i>	0.65	0.89	0.89
<i>c<sub>1</sub></i>	0.005	0.079	0.01
<i>c<sub>2</sub></i>	0.01	0.049	0.037
<i>d</i>	-2	-2	-2.2
<i>e</i>	-0.02	-0.02	-0.04
<i>g<sub>1</sub></i>	0.03	0.049	0.047
<i>g<sub>2</sub></i>	9	10	9.94
<i>g<sub>3</sub></i>	0.1	0.05	0.07
<i>h</i>	0.1	0.13	0.12

Table 5. Statistical values determined for the variables predicted by the VegSyst model

Cuadro 5. Valores de los estadísticos determinados para las variables predichas por el modelo VegSyst.

	<i>DMP<sub>i</sub></i> <sup>1</sup>		<i>N<sub>i</sub></i>		<i>N<sub>upk</sub></i>		<i>P<sub>freshfr</sub>/P<sub>fresfr</sub></i>	
	B. Cal/A. Cal	A. Cal/D. Cal	B. Cal/A. Cal	A. Cal/D. Cal	B. Cal/A. Cal	A. Cal/D. Cal	B. Cal/A. Cal	A. Cal/D. Cal
R2	0.9629	0.9673	0.88	0.97	0.71	0.67	0.88	0.93
MSE	780910	3588.7	4.26	0.31	530	400.58	4.70	0.55
RMSE	883.68	59.905	2.06	0.56	23	20.01	2.16	0.74
MAE	834.01	44.292	1.95	0.52	21.43	17.28	1.87	0.48
BIAS	834.01	4.9045	1.95	0.22	21.43	9.73	1.87	0.045
CV	0.5397	0.7848	0.16	0.40	0.47	0.34	0.83	1.23
VAR	413730	103140	0.215	0.2	236.24	211.3	10	6.51
	<i>H/Alt</i>		<i>N<sub>fruits</sub>/N<sub>frutos</sub></i>		<i>N<sub>nodes</sub>/N<sub>nodos</sub></i>		<i>DMP<sub>Frutos</sub>/DMP<sub>Frutos</sub></i>	
	B. Cal/A. Cal	A. Cal/D. Cal	B. Cal/A. Cal	A. Cal/D. Cal	B. Cal/A. Cal	A. Cal/D. Cal	B. Cal/A. Cal	A. Cal/D. Cal
R2	0.9532	0.970	0.91	0.96	0.95	0.95	0.91	0.97
MSE	1508.2	108.92	99.49	32.92	115.25	5.45	17647	505.62
RMSE	38.83	10.43	9.97	5.73	10.73	2.33	132.84	22.48
MAE	34.48	8.98	8.67	2.43	10.05	2.02	126.27	18.86
BIAS	6.18	3.24	8.67	0.53	10.05	1.01	126.27	113.73
CV	0.25	0.624	0.50	0.94	0.62	0.60	0.54	1.07
VAR	738.71	3621	112.2	101.27	9.05	69.57	16549	15899

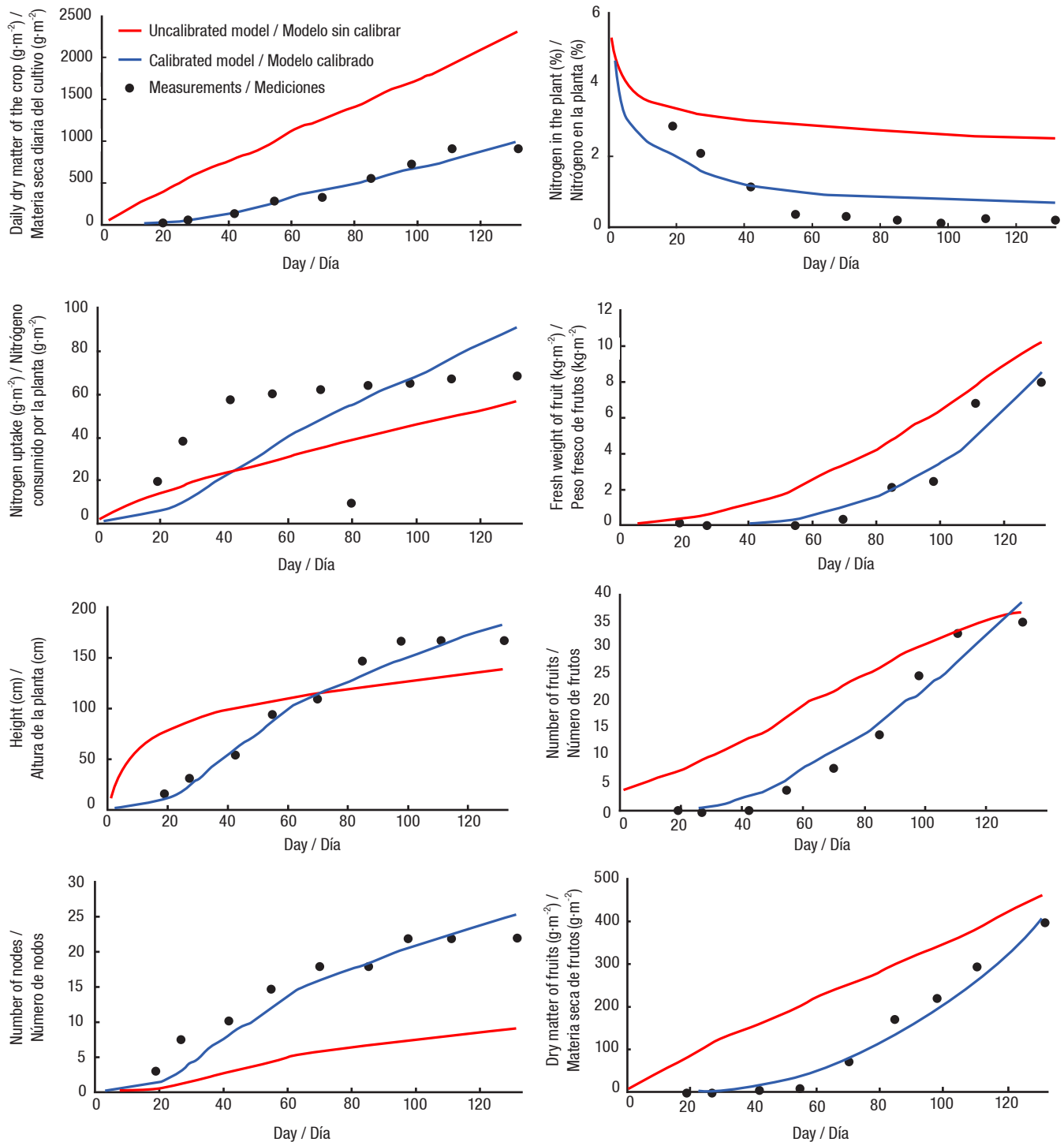
<sup>1</sup>*DMP<sub>i</sub>* = daily dry matter of the crop; *N<sub>i</sub>* = nitrogen in the plant; *N<sub>upk</sub>* = nitrogen uptake; *P<sub>freshfr</sub>* = fresh weight of fruits; *H* = height; *N<sub>fruits</sub>* = number of fruits; *N<sub>nodes</sub>* = number of nodes; *DMP<sub>Frutos</sub>* = dry matter of fruits; B. Cal = before calibration; A. Cal = After calibration; R2 = determination coefficient; MSE = mean squared error; RMSE = root mean square error; MAE = mean absolute error; BIAS = mean of difference between measured and calculated data; CV = coefficient of variation; VAR = variance.

<sup>1</sup>*DMP<sub>i</sub>* = materia seca diaria del cultivo; *N<sub>i</sub>* = nitrógeno en la planta; *N<sub>upk</sub>* = nitrógeno consumido por la planta; *P<sub>freshfr</sub>* = peso fresco de frutos; *Alt* = altura de la planta; *N<sub>frutos</sub>* = número de frutos; *N<sub>nodos</sub>* = número de nodos; *DMP<sub>Frutos</sub>* = materia seca de frutos; A. Cal = antes de la calibración; D. Cal = después de la calibración; R2 = coeficiente de determinación; MSE = cuadrado medio del error; RMSE = raíz del cuadrado medio del error; MAE = media del error absoluto; BIAS = promedio de la diferencia entre los datos medidos y calculados; CV = coeficiente de variación; VAR = varianza.

after calibration (Wallach et al., 2014). According to Soltani and Sinclair (2012), the value of BIAS should be close to zero and that of  $R^2$  close to 1, values similar to those obtained in this study. The CV decreased only for  $N_{upk}$  and  $Nnodes$  with respect to those shown before the calibration. The statistical value of the VAR decreased for  $DMP_v$ ,  $N_i$ ,  $N_{upk}$ ,  $Pfreshf$ ,  $Nfruits$  and  $DMP_{Fruits}$ , which indicates these variables were fitted.

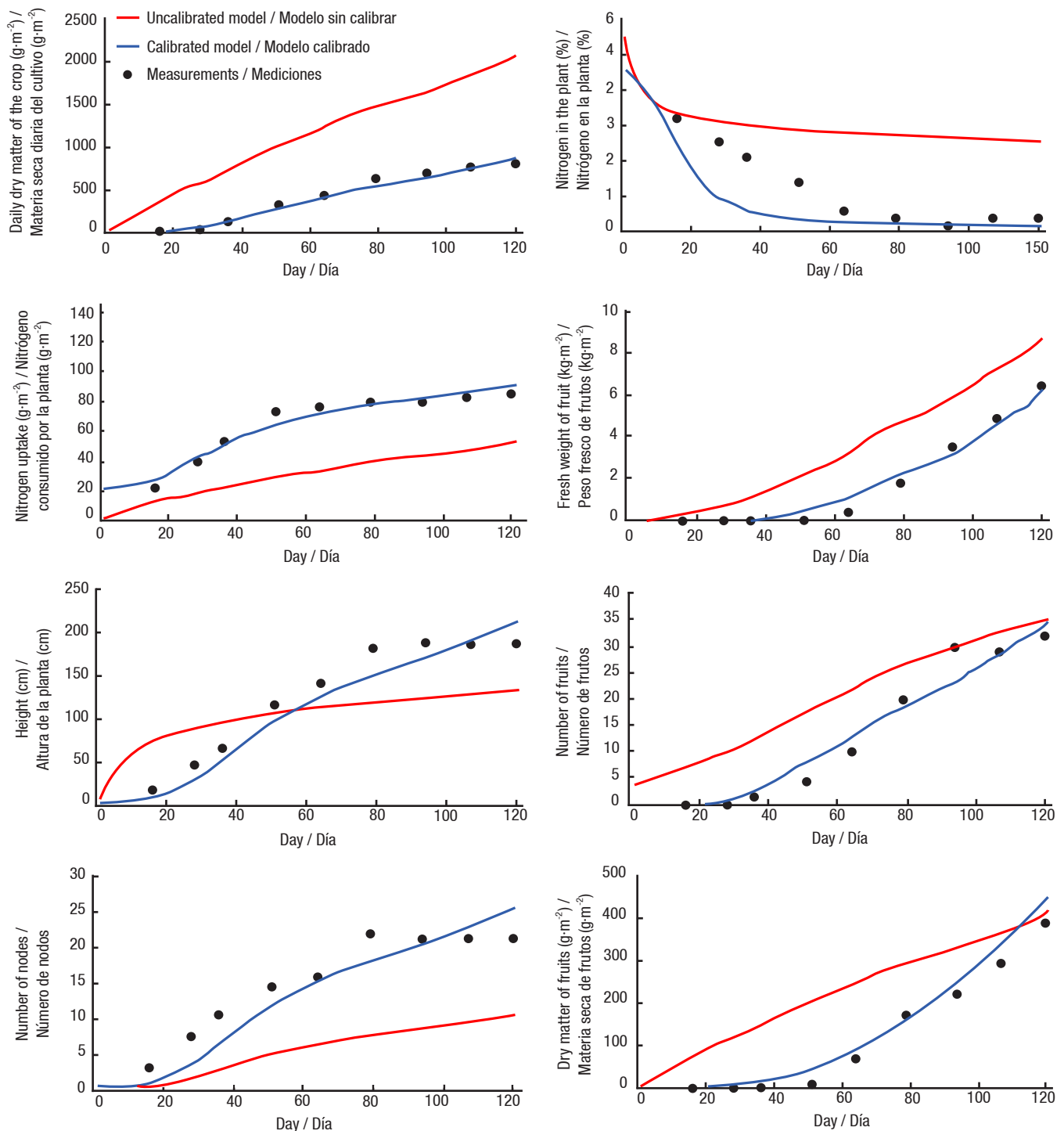
Las simulaciones antes y después de la calibración para el primer y segundo ciclo del cultivo se muestran en las Figuras 1 y 2, respectivamente; en ambas se obtuvo un ajuste después de la calibración.

En el Cuadro 5 se presentan los valores de los estadísticos determinados para evaluar el comportamiento del modelo VegSys antes y después de la calibración.



**Figure 1. Behavior of the VegSys model with and without calibration for the first growing cycle.**

**Figura 1. Comportamiento del modelo VegSys sin y con calibración para el primer ciclo del cultivo.**



**Figure 2. Behavior of the VegSys model with and without calibration for the second growing cycle.**

**Figura 2. Comportamiento del modelo VegSys sin calibración y con calibración para el segundo ciclo del cultivo.**

To determine which of the two sets of parameters obtained in model calibration predicts crop growth, a cross validation (Vehtari, Gelman, & Gabry, 2017) was performed between the first cycle parameter set and the second cycle simulation data, and vice versa. The statistical results of this validation are shown in Table 6.

Los resultados presentados en el Cuadro 5 indican que hubo un ajuste de las variables de salida. El MSE disminuyó después de la calibración; es decir, se redujo el promedio de los errores al cuadrado entre las mediciones y las simulaciones (Soltani & Sinclair, 2012). El RMSE presentó una situación similar en las ocho variables estimadas. Por su parte, el valor del



**Table 6. Values of cross validation of parameters in both cycles****Cuadro 6. Valores de la validación cruzada de los parámetros en ambos ciclos de cultivos.**

	$DMP_i^1$		$N_i$		$N_{upk}$		$P_{freshfr}/P_{fresfr}$	
	SC1	SC2	SC1	SC2	SC1	SC2	SC1	SC2
R2	0.9673	0.9732	0.96	0.896	0.697	0.844	0.938	0.978
MSE	4013	2505	0.29	0.495	580.91	458.92	0.622	0.157
RMSE	63.3509	50.0505	0.54	0.703	24.10	21.42	0.788	0.397
MAE	48.8829	39.9663	0.50	0.643	21.02	29.84	0.463	0.269
BIAS	20.2339	7.4181	0.26	0.122	19.97	18.73	0.025	0.083
CV	0.8016	0.7372	0.43	0.400	0.691	0.616	1.187	1.163
VAR	100170	84389	0.25	0.194	616.04	492.4	5.727	3.424
	$H/Alt$		$N_{fruits}/N_{frutos}$		$N_{nodes}/N_{nodos}$		$DMP_{fruits}/DMP_{frutos}$	
	SC1	SC2	SC1	SC2	SC1	SC2	SC1	SC2
R2	0.958	0.9723	0.958	0.9347	0.937	0.947	0.973	0.988
MSE	398.37	868.51	247.73	307.32	10.025	7.699	1777	450.33
RMSE	19.95	29.470	15.73	17.53	3.166	2.774	42.156	21.221
MAE	12.79	25.939	2.907	3.018	2.781	2.442	26.520	17.039
BIAS	7.147	25.939	2.17	2.5096	1.667	2.245	114.38	114.92
CV	0.678	0.599	0.905	0.905	0.678	0.599	1.098	1.049
VAR	5182	3142	172.44	91.06	74.63	53.111	23863	13104

<sup>1</sup> $DMP_i$  = daily dry matter of the crop;  $N_i$  = nitrogen in the plant;  $N_{upk}$  = nitrogen uptake;  $P_{freshfr}$  = fresh weight of fruits;  $H$  = plant height;  $N_{fruits}$  = number of fruits;  $N_{nodes}$  = number of nodes;  $DMP_{fruits}$  = dry matter of fruits; SC1 = simulation of the first cycle using parameters of the second cycle; SC2 = simulation of the second cycle using parameters of the first cycle; R2 = coefficient of determination; MSE = mean squared error; RMSE = root mean square error; MAE = mean absolute error; BIAS = mean of difference between measured and calculated data; CV = coefficient of variation; VAR = variance.

<sup>1</sup> $DMP_i$  = materia seca diaria del cultivo;  $N_i$  = nitrógeno en la planta;  $N_{upk}$  = nitrógeno consumido por la planta;  $P_{fresfr}$  = peso fresco de frutos;  $Alt$  = altura de la planta;  $N_{frutos}$  = número de frutos;  $N_{nodos}$  = número de nodos;  $DMP_{frutos}$  = materia seca de frutos; SC1 = simulación del primer ciclo utilizando parámetros del segundo ciclo del cultivo; SC2 = simulación del segundo ciclo utilizando parámetros del primer ciclo del cultivo; R2 = coeficiente de determinación; MSE = cuadrado medio del error; RMSE = raíz del cuadrado medio del error; MAE = media del error absoluto; BIAS = promedio de la diferencia entre los datos medidos y calculados; CV = coeficiente de variación; VAR = varianza.

With the simulation of the second cycle using parameters of the first cycle (SC2) a better yield was obtained in all the statistics for the variables  $DMP_i$ ,  $N_{upk}$ ,  $P_{freshfr}$ ,  $N_{nodes}$  and  $DMP_{fruits}$ , while for  $N_i$ ,  $H$  and  $N_{fruits}$  the highest statistical yield with both sets of parameters was alternated (Table 6). Therefore, it is not possible to say that the set of parameters of the first growing cycle is the one that validates the model for future experiments; therefore, these parameters should be chosen from the ranges shown in Table 4.

To determine whether the model predicts the variables tomato crop grow and nitrogen content in the plant, R2 was compared before calibration and after cross validation (Table 7). With this analysis it could be stated that R2 after calibration and cross validation can be predicted at 95 % in plant dry matter, nitrogen in the plant, fresh weight of fruits, height of the plant, number of fruits, number of nodes and dry matter of fruits, and at 84 % nitrogen uptake.

MAE después de la calibración indicó que existió un ajuste después de la calibración (Wallach et al., 2014). De acuerdo con Soltani y Sinclair (2012), el valor del BIAS debe ser cercano a cero y el de R2 cercano a 1, valores similares a los obtenidos en este trabajo. El CV disminuyó únicamente para  $N_{upk}$  y  $N_{nodes}$  con respecto a los mostrados antes de la calibración. El valor estadístico de la VAR disminuyó para  $DMP_i$ ,  $N_i$ ,  $N_{upk}$ ,  $P_{fresfr}$ ,  $N_{frutos}$  y  $DMP_{frutos}$ , lo que indica que hubo un ajuste para estas variables.

Para determinar cuál de los dos conjuntos de parámetros obtenidos en la calibración del modelo predice el crecimiento del cultivo, se realizó una validación cruzada (Vehtari, Gelman, & Gabry, 2017) entre el conjunto de parámetros del primer ciclo con los datos de simulación del segundo ciclo, y viceversa. Los resultados estadísticos de esta validación se muestran en el Cuadro 6.

Con la simulación del segundo ciclo utilizando parámetros del primer ciclo del cultivo (SC2) se obtuvo

**Table 7. Comparison of determination coefficients before calibration and after using cross validation.**  
**Cuadro 7. Comparación de los coeficientes de determinación antes de la calibración y después de utilizar validación cruzada.**

Growth variable / Variable de crecimiento	Before calibration / Antes de la calibración	SC1 <sup>1</sup>	SC2
Plant dry matter / Materia seca de la planta	0.962	0.967	0.973
Nitrogen in the plant / Nitrógeno en la planta	0.88	0.960	0.896
Nitrogen uptake / Nitrógeno consumido	0.71	0.697	0.844
Fresh weight of fruits / Peso fresco de frutos	0.88	0.938	0.978
Height / Altura	0.95	0.958	0.972
Number of fruits / Número de frutos	0.91	0.958	0.934
Number of nodes / Número de nodos	0.95	0.937	0.947
Dry matter of fruits / Materia seca de frutos	0.91	0.973	0.988

<sup>1</sup>SC1 = simulation of the first cycle using parameters of the second cycle; SC2 = simulation of the second cycle using parameters of the first cycle.

<sup>1</sup>SC1 = simulación del primer ciclo utilizando parámetros del segundo ciclo del cultivo; SC2 = simulación del segundo ciclo utilizando parámetros del primer ciclo del cultivo.

## Conclusions

The VegSyst model and the equations proposed, based on the expo-linear and logistic model, allow to simulate, evaluate and estimate growth variables of tomato crop and nitrogen content in the plant at 95 %. Moreover, the sensitivity analysis allowed identifying the parameters that most contribute to the VegSyst model, and with the technique of non-linear least squares the simulations and measurements made in the crop were fitted.

*End of English version*

## References / Referencias

- Aristizábal-Gutiérrez, F. A., & Cerón-Rincón, L. E. (2012). Dinámica del ciclo del cultivo del nitrógeno y fósforo en suelo. *Revista Colombiana de Biotecnología*, 14(1), 285-295. doi: 10.15446/rev.colomb.biote
- Bhatia, A. K. (2014). Crop growth simulation modeling. In: Basu, S. K., & Kumar, N. (Eds.), *Modelling and simulation of diffusive processes* (pp. 315-332). USA: Springer International Publishing. Retrieved from [https://www.researchgate.net/publication/268341265\\_CROP\\_GROWTH\\_SIMULATION\\_MODELS](https://www.researchgate.net/publication/268341265_CROP_GROWTH_SIMULATION_MODELS)
- Carcamo, M., Saa, P., Torres, J., Torres, S., Mandujano, P., Correa, J. R., & Agosin, E. (2014). Effective dissolved oxygen control strategy for high-cell-density cultures. *IEEE Latin America Transactions*, 12(3), 389-394. doi: 10.1109/TLA.2014.6827863
- Cárdenas, F., Giannuzzi, L., Noia, M. A., & Zaritzky, N. (2017). El modelado matemático: Una herramienta útil para la industria alimenticia. *Revista Ciencia Veterinaria*, 3(1), 22-28. Retrieved from <https://cerac.unlpam.edu.ar/index.php/veterinaria/article/view/1989/1945>

un mejor desempeño en todos los estadísticos para las variables  $DMP_i$ ,  $N_{upk}$ ,  $P_{fresf}$ ,  $N_{nodos}$  y  $DMP_{frutos}$ , mientras que para  $N_i$ ,  $Alt$  y  $N_{frutos}$  el mayor desempeño estadístico con ambos conjuntos de parámetros fue alterno (Cuadro 6). Por lo anterior, no es posible afirmar que el conjunto de parámetros del primer ciclo de cultivo es el que valida al modelo para futuros experimentos; por lo tanto, dichos parámetros deben elegirse de los rangos presentados en el Cuadro 4.

Para determinar si el modelo predice las variables de crecimiento del cultivo de jitomate y el contenido de nitrógeno en la planta, se comparó el R2 antes de la calibración y después de la validación cruzada (Cuadro 7). Con este análisis se pudo afirmar que el R2 después de la calibración y la validación cruzada se puede predecir en un 95 % en materia seca de la planta, nitrógeno en la planta, peso fresco de frutos, altura de la planta, número de frutos, número de nodos y materia seca de frutos, y en 84 % el nitrógeno consumido por la planta.

## Conclusiones

El modelo VegSyst y las ecuaciones propuestas, basadas en el modelo expo-lineal y logístico, permiten simular, evaluar y estimar variables de crecimiento del cultivo de jitomate y contenido de nitrógeno en la planta en 95 %. Además, el análisis de sensibilidad permitió identificar los parámetros que más contribuyen al modelo VegSyst, y con la técnica de mínimos cuadrados no lineales se ajustaron las simulaciones y las mediciones hechas en el cultivo.

*Fin de la versión en español*

- Erell, E., Leal, V., & Maldonado, E. (2003). *On the measurement of air temperature in the presence of strong solar radiation*. Fifth International Conference on Urban Climate. Lodz, Poland: University of Lodz.
- Erell, E., Leal, V., & Maldonado, E. (2005). Measurement of air temperature in the presence of a large radiant flux: an assessment of passively ventilated thermometer screens. *Boundary-Layer Meteorology*, 114(1), 205-231. doi: 10.1007/s10546-004-8946-8
- Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO). (2001). *Trigo regado, manejo del cultivo*. Rome: Author. Retrieved from <http://www.fao.org/docrep/006/x8234s/x8234s00.htm>
- Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO). (2013). *El cultivo de tomate con buenas prácticas en la agricultura urbana y periurbana*. Paraguay: FAO – Ministerio de Agricultura y Ganadería. Asunción. Retrieved from <http://www.fao.org/3/a-i3359s.pdf>
- Gallardo, M., Giménez, C., Martínez, C., Stöckle, C., Thompson, R., & Granados, M. (2011). Evaluation of the VegSyst model with muskmelon to simulate crop growth, nitrogen uptake and evapotranspiration. *Agricultural Water Management*, 101(1), 107-117. doi: 10.1016/j.agwat.2011.09.008
- Gallardo, M., Thompson, R., Giménez, C., Padilla, F., & Stöckle, C. (2014). Prototype decision support system based on the VegSyst simulation model to calculate crop N and water requirements for tomato under plastic cover. *Irrigation Science*, 32(3), 237-253. doi: 10.1007/s00271-014-0427-3
- Giménez, C., Gallardo, M., Martínez-Gaitán, C., Stöckle, C., Thompson, R., & Granados, M. (2013). VegSyst, a simulation model of daily crop growth, nitrogen uptake and evapotranspiration for pepper crops for use in an on farm decision support system. *Irrigation Science*, 31(3), 465-477. doi: 10.1007/s00271-011-0312-2
- Haefner, J. W. (2012). *Modeling biological systems: principles and application*. New York, USA: Springer Science.
- Jarquín-Sánchez, A., Salgado-García, S., Palma-López, D., Camacho-Chiu, W., & Guerrero-Peña, A. (2011). Análisis de nitrógeno total en suelos tropicales por espectroscopia de infrarrojo cercano (NIRS) y quimiometría. *Agrociencia*, 45(6), 653-662. Retrieved from [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1405-31952011000600001](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-31952011000600001)
- Lee, S. W., Choi, B. I., Kim, J. C., Woo, S. B., Park, S., Yang, S. G., & Kim, Y. G. (2016). Importance of air pressure in the compensation for the solar radiation effect on temperature sensors of radiosondes. *Meteorological Applications*, 23(4), 691-697. doi: 10.1002/met.1592
- López-Cruz, I., Ramírez-Arias, A., & Rojano-Aguilar, A. (2005). Modelos matemáticos de hortalizas en invernadero: Trascendiendo la contemplación dinámica de cultivos. *Revista Chapingo Serie Horticultura*, 11(2), 257-267. doi: 10.5154/r.rchsh.2003.08.050
- López-Cruz, I. L., Arteaga-Ramírez, R., Vázquez-Peña, M., López-López, R., & Robles-Bañuelos, C. (2009). Predicción del crecimiento potencial de tomate de cáscara mediante el modelo SUCROS. *Ingeniería Agrícola y Biosistemas* 1(2), 93-101. doi: 10.5154/r.inagbi.2009.12.020
- López-Cruz, I. L., Rojano-Aguilar, A., Salazar-Moreno, R., & López-López, R. (2014). Global sensitivity analysis of crop growth sucros model applied to husk tomato. *Fitotecnia Mexicana*, 37(3), 279-288. Retrieved from [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0187-73802014000300015](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0187-73802014000300015)
- Posada, S. L., & Rosero-Noguera, R. (2007). Comparación de modelos matemáticos: una aplicación en la evaluación de alimentos para animales. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 20(2), 141-148. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=295023034006>
- Radojevic, N., Kostadinovic, D., Vljakovic, H., & Veg, E. (2014). Microclimate control in greenhouse. *FME Transactions*, 42, 162-167. doi: 10.5937/fmet1402167R
- Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F., & Ratto, M. (2004). *Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models*. Ispra, Italy: John Wiley & Sons, Ltd. doi: 10.1002/0470870958
- Soltani, A., & Sinclair, T. (2012). *Modeling physiology of crop development, growth and yield*. London, UK: CABI Publishing Series.
- Thornley, J., & France, J. (2007). *Mathematical models in agriculture: Quantitative methods for the plant, animal and ecological sciences*. London, UK: CABI Publishing Series.
- Van Straten, G. (2008). What can systems and control theory do for agricultural science?. *Automatika*, 49(3-4), 105-117. Retrieved from <https://hrcak.srce.hr/29342>
- Vargas-Sállago, J. M., López-Cruz, I. L., & Rico-García, E. (2012). Estimación de la fotosíntesis foliar en jitomate bajo invernadero mediante redes neuronales artificiales. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 3(7), 1289-1304. doi: 10.29312/remexca.v3i7.1334
- Vehtari, A., Gelman, A., & Gabry, J. (2017). *Statistics and computing*. New York, EUA: Springer Science.
- Wallach, D., Makowski, D., Jones, J., & Bruns, F. (2014). *Working with dynamic crop models*. Oxford, UK: Elsevier.
- Zalom, F., Goodell, P., Wilson, T., Barnett, W., & Bentley, W. (1983). *Degree-days: The calculation and use of heat units in pest management*. California, USA: University of California. Retrieved from [https://www.researchgate.net/publication/262337197\\_Degree-Days\\_the\\_Calculation\\_and\\_Use\\_of\\_Heat\\_Units\\_in\\_Pest\\_Management\\_University\\_of\\_California\\_Division\\_of\\_Agriculture\\_and\\_Natural\\_Resources\\_Leaflet\\_21373](https://www.researchgate.net/publication/262337197_Degree-Days_the_Calculation_and_Use_of_Heat_Units_in_Pest_Management_University_of_California_Division_of_Agriculture_and_Natural_Resources_Leaflet_21373)

