

Determination of shear velocity in a mild-sloping open channel flow

Determinación de la velocidad de corte en un flujo de canal abierto de baja pendiente

Ángel Mendoza-González*; Ariosto Aguilar-Chávez

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac núm. 8532, Jiutepec, Morelos. C. P. 62550, MÉXICO.

*Corresponding author: mendoza.gonzalez.angel@gmail.com, tel. (735) 593 4733.

Abstract

Objective: To present a methodology that allows experimentally determining shear velocity, considering the log-law as a model of velocity distribution in the outer region of turbulent flow.

Methodology: The experimental study was carried out in a rectangular-shaped, variably-sloped channel with a 0.245-m-wide base and 5 m long. Flow velocity was measured with an *Acoustic Doppler Velocimeter* (ADV), and the measurement area was 12 mm. Shear velocity was determined by the instantaneous velocity equation ($u_{i,j}$).

Results: The log-law model had a good statistical fit with the shear velocity estimated from the experimental data.

Study limitations: The experimental tests were conducted only in subcritical regime with low aspect ratios. In addition, in all tests, the measurement of instantaneous velocities was carried out only in a 12-mm profile, as close as possible to the wall.

Originality: The model to calculate the shear velocity is presented explicitly, and the statistical approach employed supports the use of the median as an estimator of the shear velocity.

Conclusions: The presented methodology shows low uncertainty in the estimation of shear velocity. The Anderson-Darling test showed that the results do not follow a normal distribution, so the median is the statistical parameter to define the shear velocity value.

Keywords: shear stress, acoustic Doppler velocimetry, log-law.

Resumen

Objetivo: Presentar una metodología que permita determinar en forma experimental la velocidad de corte, considerando la ley logarítmica como modelo de distribución de velocidad en la región exterior de flujo turbulento.

Metodología: El estudio experimental se realizó en un canal de pendiente variable de sección rectangular, 0.245 m de base y 5 m de longitud. La velocidad del flujo se midió con un *acoustic Doppler velocimeter* (ADV), y la zona de medición fue de 12 mm. La velocidad de corte se determinó mediante la ecuación de la velocidad instantánea ($u_{i,j}$).

Resultados: El modelo de la ley logarítmica tuvo un buen ajuste estadístico con la velocidad de corte estimada a partir de los datos experimentales.

Limitaciones del estudio: Las pruebas experimentales se desarrollaron únicamente en régimen subcrítico con bajas relaciones de aspecto. Además, en todas las pruebas, la medición de las velocidades instantáneas se llevó a cabo solo en un perfil de 12 mm, lo más cercano posible a la pared.

Originalidad: El modelo para calcular la velocidad de corte se presenta explícitamente, y el enfoque estadístico empleado sustenta el uso de la mediana como estimador de la velocidad de corte.

Conclusiones: La metodología presentada muestra baja incertidumbre en la estimación de la velocidad de corte. La prueba de Anderson-Darling permitió demostrar que los resultados no siguen una distribución normal, por lo que la mediana es el parámetro estadístico para definir el valor de la velocidad de corte.

Palabras clave: esfuerzo cortante, velocimetría acústica de efecto Doppler, ley logarítmica.

Introduction

In the design of irrigation canals and the modeling of hydrodynamic runoff in channels, empirical relationships are used to estimate the friction, for example: Chezy's resistance factor, Manning's roughness coefficient or the Darcy-Weisbach friction factor (Wu, Shen, & Chou, 1999). By contrast, in fluid mechanics where the movements of the particles in a flow field are described, the condition close to the wall is an unknown that must be included as a boundary (Panton, 2013). Therefore, a way to describe the average flow field is through a hypothesis, in which, at the bottom, the particles have no slip and the outer field away from the wall follows a pattern similar to that used in the empirical relationships.

The development of the velocity profile is a function of the fluid's properties, such as viscosity (Schlichting & Gersten, 2017). In the case of flow in a canal or natural channel, the law of shear stress for the laminar sublayer considering a Newtonian fluid is represented as follows:

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (1)$$

where τ is the shear stress, μ the dynamic viscosity, y the vertical coordinate and \bar{u} the average velocity.

For the case of the outer region and different flow conditions (mainly the turbulent one), the shear stress is not constant, since it is proportional to the variation in the average velocity with respect to the vertical coordinate (Schlichting & Gersten, 2017). From this, Prandtl introduced the parameter of shear velocity (u^*) in the hydraulic field to represent the shear stress of the entire section, this by means of an expression that relates the shear stress at the wall (τ_0) and the fluid density (ρ) (Equation 2) (Keulegan, 1938).

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (2)$$

In the outer region of the velocity field of a turbulent flow, the value of the shear stress maintains its influence, even when the local gradient of the profiles is zero ($\partial \bar{u} / \partial y = 0$); this allows estimating the shear velocity value by measuring the outer flow field (Nezu & Nakagawa, 1993). In this study, this hypothesis is assumed to characterize the fully developed turbulent flow with a free surface.

In studies made in rough-bottomed ducts, it has been observed that turbulence production energy is immediate to the bottom and greater than in the case of smooth bottoms. This is due to the diameter of the bottom particle, which, due to being big offers greater

Introducción

En el diseño de canales de riego y la modelación de escurrimientos hidrodinámicos en cauces se utilizan relaciones empíricas para estimar la fricción, por ejemplo: el factor de resistencia de Chezy, el coeficiente de rugosidad de Manning o el factor de fricción de Darcy-Weisbach (Wu, Shen, & Chou, 1999). En cambio, en la mecánica de fluidos en donde se describen los movimientos de las partículas en un campo de flujo, la condición cercana a la pared es una incógnita que se debe incluir como una frontera (Panton, 2013). Por ello, una forma para describir el campo de flujo promedio es a través de una hipótesis, en la cual, en el fondo, las partículas no tienen deslizamiento y el campo exterior alejado de la pared sigue un patrón similar al que se utiliza en las relaciones empíricas.

El desarrollo del perfil de velocidades está en función de las propiedades del fluido, como la viscosidad (Schlichting & Gersten, 2017). Para el caso del flujo en un canal o cauce natural, la ley de esfuerzo cortante para la subcapa laminar considerando un fluido newtoniano se representa de la siguiente manera:

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (1)$$

donde τ es el esfuerzo cortante, μ la viscosidad dinámica, y la coordenada vertical y \bar{u} la velocidad media.

Para el caso de la región exterior y diferentes condiciones de flujo (principalmente la turbulenta), el esfuerzo cortante no es constante, ya que es proporcional a la variación de la velocidad media con respecto a la coordenada vertical (Schlichting & Gersten, 2017). A partir de esto, Prandtl introdujo el parámetro de velocidad de corte (u^*) en el ámbito hidráulico para representar el esfuerzo cortante de toda la sección, esto mediante una expresión que relaciona el esfuerzo cortante en la pared (τ_0) y la densidad del fluido (ρ) (Ecuación 2) (Keulegan, 1938).

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (2)$$

En la región exterior del campo de velocidad de un flujo turbulento, el valor del esfuerzo cortante mantiene su influencia, incluso cuando el gradiente local de los perfiles se hace nulo ($\partial \bar{u} / \partial y = 0$); lo anterior permite estimar el valor de la velocidad cortante midiendo el campo del flujo exterior (Nezu & Nakagawa, 1993). En este estudio, se asume esta hipótesis para caracterizar el flujo turbulento totalmente desarrollado con una superficie libre.

En estudios elaborados en conductos de fondo rugoso se ha observado que la energía de producción de

resistencia to fluid movement, generates a higher friction stress (Cebeci & Chang, 1978; Coleman & Alonso, 1983; Zanoun, Durst, & Nagib, 2003). Therefore, the shear model is related to the deformation of the velocity profile and the roughness of the wall.

Due to the characteristics represented by the shear velocity in a turbulent flow, it has been applied in diverse subjects such as: empirical model approach to mean velocity and turbulence intensity distribution (George, 2007; Nezu & Nakagawa, 1993), sediment transport (Celestini, Silvagni, Spizzirri, & Volpi, 2007; van Rijn, 1984), scouring and characterization of roughness in articulated hydraulic concrete mats for the protection of channels. In more recent years, it has been applied in the study and characterization of turbulent flows with the dimensionless relationship approach in turbulent correlation models (Auel, Albayrak, & Boes, 2014; Motlagh & Taghizadeh, 2016; Qiao, Delavan, Nokes, & Plew, 2016).

According to the literature review, different methods have been used to estimate shear velocity; however, the procedure is not explicitly indicated and only the theoretical basis of determination is presented (Auel et al., 2014). For this reason, the aim of this work was to present a methodology that allows experimentally determining shear velocity, considering the log-law as a model of velocity distribution in the outer region of turbulent flow.

Materials and methods

von Kármán's mean velocity distribution model

Different models to represent velocity distribution in an open channel flow are found in the literature (Spalding, 1961); however, in the practice of hydraulic engineering, the most widely used model is that of von Kármán, which has three conditions. The first is to represent the viscous or laminar sublayer where the turbulent stresses have no influence and the viscous forces (ν) dominate (Equation 3).

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{yu_*}{\nu}; \text{ in the range of } 0 \leq \frac{yu_*}{\nu} < 5 \quad (3)$$

The second represents the transition zone, also called the buffer zone, where the turbulent and viscous stresses are of the same order (Shih, Povinelli, Liu, Potapczuk, & Lumley, 1999) (Equation 4).

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 5 \ln \left(\frac{yu_*}{\nu} \right) - 3.05; \text{ in the range of } 5 \leq \frac{yu_*}{\nu} < 30 \quad (4)$$

The third considers the outer zone or turbulent region where the viscous stresses have no influence (Equation 5). This condition is known as the log-law (George, 2007).

turbulencia es inmediata al fondo y mayor que en el caso de fondos lisos. Lo anterior es debido al diámetro de la partícula del fondo, que al ser grande opone mayor resistencia al movimiento del fluido, lo que genera un esfuerzo de rozamiento superior (Cebeci & Chang, 1978; Coleman & Alonso, 1983; Zanoun, Durst, & Nagib, 2003). Por lo tanto, el modelo de cortante se relaciona con la deformación del perfil de velocidades y la rugosidad de la pared.

Debido a las características que representa la velocidad de corte en un flujo turbulento, ésta se ha aplicado en temas diversos como: planteamiento de modelos empíricos de distribución de velocidad media e intensidad de turbulencia (George, 2007; Nezu & Nakagawa, 1993), transporte de sedimentos (Celestini, Silvagni, Spizzirri, & Volpi, 2007; van Rijn, 1984), socavación y caracterización de rugosidad en tapetes hidráulicos articulados de concreto para la protección de cauces. En años más recientes, se ha aplicado en el estudio y caracterización de flujos turbulentos con el planteamiento de relaciones adimensionales en modelos de correlación turbulenta (Auel, Albayrak, & Boes, 2014; Motlagh & Taghizadeh, 2016; Qiao, Delavan, Nokes, & Plew, 2016).

De acuerdo con la revisión de la literatura, se han utilizado diferentes métodos para estimar la velocidad de corte; sin embargo, el procedimiento no se indica explícitamente y sólo presentan las bases teóricas de determinación (Auel et al., 2014). Por ello, el objetivo de este trabajo fue presentar una metodología que permita determinar en forma experimental la velocidad de corte, considerando la ley logarítmica como modelo de distribución de velocidad en la región exterior de flujo turbulento.

Materiales y métodos

Modelo de distribución de velocidad media de von Kármán

En la literatura se encuentran diferentes modelos para representar la distribución de velocidades en un flujo de canal abierto (Spalding, 1961); sin embargo, en la práctica de la ingeniería hidráulica, el modelo más utilizado es el de von Kármán, el cual presenta tres condiciones. La primera es para representar la subcapa viscosa o laminar donde los esfuerzos turbulentos no tienen influencia y dominan las fuerzas de viscosas (ν) (Ecuación 3).

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{yu_*}{\nu}; \text{ en el rango de } 0 \leq \frac{yu_*}{\nu} < 5 \quad (3)$$

La segunda representa la zona de transición, también llamada de amortiguamiento, donde los esfuerzos turbulentos y viscosos son del mismo orden (Shih, Povinelli, Liu, Potapczuk, & Lumley, 1999) (Ecuación 4).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{yu^*}{v} \right) + A; \text{ in the range of } \frac{yu^*}{v} \geq 30 \quad (5) \quad \frac{\bar{u}}{u^*} = 5 \ln \left(\frac{yu^*}{v} \right) - 3.05; \text{ en el rango de } 5 \leq \frac{yu^*}{v} < 30 \quad (4)$$

The log-law has two empirical variables: the von Kármán constant (κ) and the additive constant (A). According to Zanoun et al. (2003), the values of 0.4 for κ and 5.5 for A , parameters used in practice for an open channel flow, are considered adequate (Equation 6).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{0.4} \ln \left(\frac{yu^*}{v} \right) + 5.5 \quad (6) \quad \frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{yu^*}{v} \right) + A; \text{ en el rango de } \frac{yu^*}{v} \geq 30 \quad (5)$$

Each of the equations comprising the von Kármán model has a validity range as a function of the parameter yu^*/v and indicates the evaluation zone of the three flow regions: viscous, transition and outer sublayer.

Shear velocity estimation

For the experimental study it is important to know the boundaries of the outer region (Equation 6). According to the experimental results of Tominaga and Nezu (1992), the point closest to the bottom in mean velocity flows in the vertical \bar{u}_m less than $40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ must be deeper than 3 mm ($y > 3 \text{ mm}$) and in the case of velocity flows \bar{u}_m greater than $40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ it is permissible to consider measuring points 1 mm from the bottom ($y \geq 1 \text{ mm}$).

Equation 6 uses the estimate of the averaged flow velocity \bar{u} ; however, in this case, the estimation of the instantaneous shear velocity (u) was done with separation of velocity scales, one is the averaged and the other the fluctuating $u = \bar{u} + u'$. The measuring equipment used for this case was an acoustic Doppler velocity meter (ADVM) with a maximum sampling frequency of 100 Hz.

In order to process the experimental data, the velocity measurement pertaining to the outer zone was assessed to discard the points outside the range of analysis. Subsequently, the shear value was estimated with the instantaneous velocity ($u_{i,j}$) using Equation (7).

$$u_{i,j}^* = \frac{u_{i,j}}{\frac{1}{0.4} \ln \left(\frac{yu_{i,j}^*}{v} \right) + 5.5} \quad (7)$$

The subscript i indicates the analysis point in the velocity profile and j the temporal sample number. To be able to include the high frequency, the mean velocity \bar{u} was replaced by the instantaneous velocity $u_{i,j}$.

Equation 7 is not explicit since the shear velocity is found on both sides of the expression; therefore, for its solution, the fixed-point algorithm described by Burden and Faires (2011) was applied.

La tercera considera la zona exterior o región turbulenta donde los esfuerzos viscosos no tienen influencia (Ecuación 5). A esta condición se le conoce como leylogarítmica (George, 2007).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{yu^*}{v} \right) + A; \text{ en el rango de } \frac{yu^*}{v} \geq 30 \quad (5)$$

La ley logarítmica tienen dos variables empíricas: la constante de von Kármán (κ) y la de adición (A). De acuerdo con Zanoun et al. (2003), se consideran adecuados los valores de 0.4 para κ y de 5.5 para A , parámetros utilizados en la práctica para un flujo en canal abierto (Ecuación 6).

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{0.4} \ln \left(\frac{yu^*}{v} \right) + 5.5 \quad (6)$$

Cada una de las ecuaciones que componen el modelo de von Kármán tienen un rango de validez en función del parámetro yu^*/v , e indican la zona de evaluación de las tres regiones del flujo: subcapa viscosa, de transición y exterior.

Estimación de la velocidad de corte

Para el estudio experimental es importante conocer los límites de la región exterior (Ecuación 6). De acuerdo con resultados experimentales de Tominaga y Nezu (1992), el punto más cercano al fondo en flujos de velocidad media en la vertical \bar{u}_m menor a $40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ debe ser de una profundidad mayor a 3 mm ($y > 3 \text{ mm}$) y en el caso de flujos de velocidad \bar{u}_m mayor a $40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ es admisible considerar puntos de medición a 1 mm del fondo ($y \geq 1 \text{ mm}$).

La Ecuación 6 utiliza la estimación de la velocidad de flujo promediada \bar{u} ; sin embargo, en este caso, la estimación de la velocidad instantánea (u) de corte se hizo con separación de escalas de velocidad, una es la promediada y la otra la fluctuante $u = \bar{u} + u'$. El equipo de medición utilizado para tal caso fue un velocímetro acústico de efecto Doppler (ADV, por sus siglas en inglés) con frecuencia máxima de muestreo de 100 Hz.

Para el procesamiento de los datos experimentales, se evaluó que la medición de la velocidad perteneciera a la zona exterior para descartar los puntos fuera del rango de análisis. Posteriormente, se estimó el valor de corte con la velocidad instantánea ($u_{i,j}$) mediante la Ecuación (7).

$$u_{i,j}^* = \frac{u_{i,j}}{\frac{1}{0.4} \ln \left(\frac{yu_{i,j}^*}{v} \right) + 5.5} \quad (7)$$

According to Schmid and Lazos-Martínez (2000), in the measurement of a random variable, the results generally follow, in good approximation, a normal distribution. In the case of flow velocity, there are results that validate this hypothesis to a certain degree. This subject is widely discussed by Frisch (1995) and Davidson (2004); however, in this case, the probability density function (PDF) of the data obtained by evaluating Equation 7 is unknown. Therefore, the final value representative of the shear velocity u^* was calculated with the median of the u_{*ij}^* values obtained.

Anderson-Darling test of the shear model

As part of the data analysis, the Anderson-Darling normality test was performed to determine if the data follow a normal distribution, this by calculating the statistical value of the test (Equation 8).

$$A^2 = - \frac{\left\{ \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln z_i + \ln (1 - z_{n+1-i})] \right\}}{n} - n \quad (8)$$

According to Stephens (1974), the critical value is 0.754 for a significance level of 5 % and when the number of data (n) is greater than 100. Therefore, if the statistical value A^2 , of the test for the sample, is less than 0.754, it is accepted that the data follow a normal distribution; otherwise, the possibility that the data follow a central tendency distribution is rejected.

Due to the fact the PDF was unknown, and in order to ensure 50 % coverage of the data around the representative value of u^* , the location of the first (Q_1) and third (Q_3) quartile of the data ordered in increasing form was calculated (Equations 9 and 10, respectively).

$$Q_1 = \frac{n+1}{4} \quad (9)$$

$$Q_3 = \frac{3(n+1)}{4} \quad (10)$$

From the location of the first and third quartiles the u_{*ij}^* values were located and the interquartile range was obtained.

Experimental station

The tests were carried out in the variable slope experimental channel at the Hydraulic Laboratory of the Mexican Institute of Water Technology (IMTA, for its Spanish acronym); the channel has a smooth, metallic, rectangular-shaped bottom with a 0.245-m-wide base and 5 m long (Figure 1). The experimental station has a 10-hp pump that supplies the flow, a measuring weir calibrated with ISO standard 1438 (International Organization for Standardization, 2008), and a valve to regulate the flow, among other components that allow for stable experimental conditions.

El subíndice i indica el punto de análisis en el perfil de velocidades y j el número de muestra temporal. Para poder incluir la frecuencia alta se reemplazó la velocidad media \bar{u} por la velocidad instantánea u_{ij} .

La Ecuación 7 no es explícita puesto que la velocidad de corte se encuentra en ambos lados de la expresión; por tanto, para su solución se aplicó el algoritmo de punto fijo descrito por Burden y Faires (2011).

De acuerdo con Schmid y Lazos-Martínez (2000), en la medición de una variable aleatoria, los resultados siguen generalmente, en buena aproximación, una distribución normal. En el caso de la velocidad del flujo se tienen resultados que validan en cierto grado dicha hipótesis. Este tema es ampliamente discutido por Frisch (1995) y Davidson (2004); sin embargo, en este caso se desconoce la función de densidad de probabilidad (PDF, por sus siglas en inglés) de los datos que se obtienen al evaluar la Ecuación 7. Por lo anterior, el valor final representativo de la velocidad de corte u^* se calculó con la mediana de los valores u_{*ij}^* obtenidos.

Prueba Anderson-Darling del modelo de corte

Como parte del análisis de datos se realizó la prueba de normalidad de Anderson-Darling para determinar si los datos siguen una distribución normal; lo anterior mediante el cálculo del valor estadístico de la prueba (Ecuación 8).

$$A^2 = - \frac{\left\{ \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln z_i + \ln (1 - z_{n+1-i})] \right\}}{n} - n \quad (8)$$

De acuerdo con Stephens (1974), el valor crítico es de 0.754 para un nivel de significación de 5 % y cuando el número de datos (n) es mayor a 100. Por lo tanto, si el valor estadístico A^2 , de la prueba para la muestra, es menor a 0.754, se admite que una distribución normal representa los datos; en caso contrario, se rechaza la posibilidad de que los datos sigan una distribución de tendencia central.

Debido al desconocimiento de la PDF, y con la finalidad de asegurar una cobertura de 50 % de los datos alrededor del valor representativo de u^* , se calculó la ubicación del primer (Q_1) y tercer (Q_3) cuartil de los datos ordenados en forma creciente (Ecuaciones 9 y 10, respectivamente).

$$Q_1 = \frac{n+1}{4} \quad (9)$$

$$Q_3 = \frac{3(n+1)}{4} \quad (10)$$

A partir de la ubicación del primer y tercer cuartil se localizaron los valores u_{*ij}^* y se obtuvo el rango intercuartil.



Figure 1. Experimental station.

Figura 1. Estación experimental.

For measuring the instantaneous velocities, the Nortek® Vectrino Profiler™ ADV device was used; it allows sampling the three velocity components in a profile of up to 30 mm, with a separation of 1 mm between cells and with a sampling frequency of 1-100 Hz. The device was positioned 3.5 m away from the flow inlet to avoid defects in the velocity profile caused by the inflow of the flow or by its outflow in free fall to the recirculation tank.

The channel slope was slightly modified with a mechanical jack, taking care that the experimental conditions complied with the criteria of repeatability and reproducibility. The Froude (F_r) and Reynolds (R_e) numbers were calculated with Equations 11 and 12, respectively.

$$F_r = \frac{\bar{u}_m}{\sqrt{gY}} \quad (11)$$

$$R_e = \frac{\bar{u}_m R_h}{\nu} \quad (12)$$

All the tests were done in a subcritical regime, as indicated by the Froude number values in Table 1 ($F_r < 1$). In addition, the flow was considered fully developed turbulent, with the Reynolds number values being sufficiently high and far from the transition range ($R_e > 1.2 \times 10^4$).

For all tests, the measurement of the instantaneous velocities was carried out in a 12-mm profile, as close as possible to the wall, with a frequency of 100 Hz and a sampling time of 30 s.

Results and discussion

Tests

Figure 2 shows the results of a sampling of the instantaneous velocity with $F_r = 0.67$ and $R_e = 4.22 \times 10^4$ for cell five at 8.6 mm depth.

Estación experimental

Las pruebas se llevaron a cabo en el canal experimental de pendiente variable del Laboratorio de Hidráulica del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA); el cual tiene fondo liso de material metálico y es de forma rectangular, con 0.245 m de base y 5 m de longitud (Figura 1). La estación experimental cuenta con una bomba de 10 hp que abastece el caudal, un vertedor de aforo calibrado con la norma ISO 1438 (International Organization for Standardization, 2008), una válvula para regular el caudal, entre otros componentes particulares que permiten condiciones estables para los experimentos.

Para la medición de las velocidades instantáneas se utilizó el dispositivo ADV Vectrino Profiler™ de Nortek® que permite muestrear las tres componentes de velocidad en un perfil de hasta 30 mm, con separación de 1 mm entre celdas y con frecuencia de muestreo de 1-100 Hz. El dispositivo se posicionó a 3.5 m de distancia de la entrada del flujo para evitar defectos en el perfil de velocidades causados por la entrada del flujo o por la salida de éste en caída libre al tanque de recirculación.

La pendiente del canal se modificó ligeramente con el gato mecánico, cuidando que las condiciones experimentales cumplieran con los criterios de repetibilidad y reproducibilidad. El número de Froude (F_r) y Reynolds (R_e) se calculó con la Ecuaciones 11 y 12, respectivamente.

$$F_r = \frac{\bar{u}_m}{\sqrt{gY}} \quad (11)$$

$$R_e = \frac{\bar{u}_m R_h}{\nu} \quad (12)$$

Todas las pruebas se hicieron en régimen subcrítico, tal como lo indican los valores del número de Froude del Cuadro 1 ($F_r < 1$). Además, el flujo se consideró turbulento completamente desarrollado, siendo los

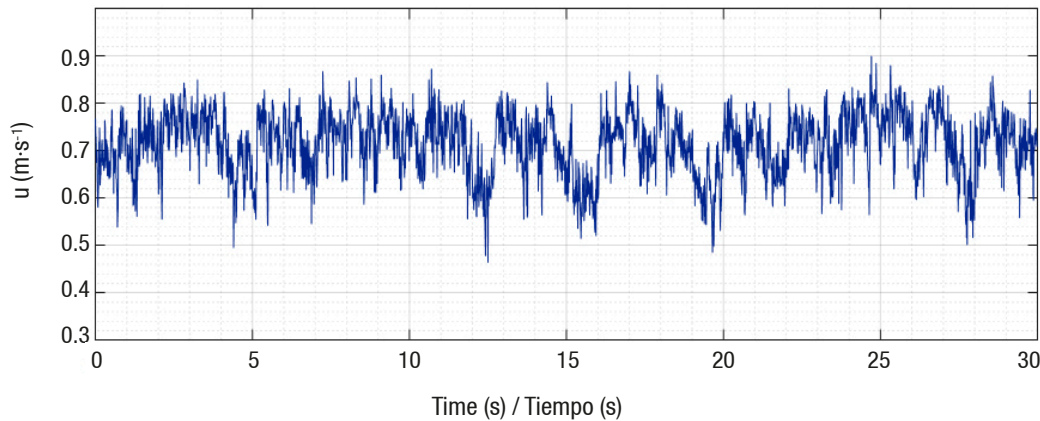


Figure 2. Record of instantaneous velocity (u) (main direction, x) taken at the Hydraulic Laboratory of the Mexican Institute of Water Technology (IMTA).

Figura 2. Registro de la velocidad instantánea (u) (dirección principal, x) tomada en el Laboratorio de Hidráulica del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA).

The tests were conducted under the experimental conditions shown in Table 1.

The results of the processing of the experimental data are presented in Table 2, where the statistical value obtained from the Anderson-Darling test with a 5 % degree of significance and the shear velocity obtained with the model of Equation 7 are indicated.

The statistical values of the Anderson-Darling test (Table 2) corroborate that the PDF of the data $u_{*i,j}$ does not follow a central tendency, since in all cases $A^2 > 0.754$; therefore, it is correct to represent the shear velocity value u_* with the statistical median and make use of the interquartile range to obtain 50 % coverage around the representative value.

Figure 3 shows four dimensionless profiles drawn from the estimation of the shear velocity with a different bottom slope. It can be seen that the von Kármán model represents, with good approximation, the experimental values in their averaged condition.

In the profiles of tests P-01, P-05 and P-09, a sampling point is observed in the transition zone; this case was discarded from the data analysis since the logarithmic flow model is only for the outer region.

Conclusions

The methodology presented shows low uncertainty in the estimation of shear velocity, which can be observed in the results of the logarithmic velocity profiles. The model is also presented explicitly to obtain the shear velocity value. The Anderson-Darling test showed that the results, when evaluating the instantaneous velocity, do not follow a normal distribution, so the median is the statistical parameter to define the shear velocity value.

valores de número del Reynolds suficientemente altos y lejanos del rango de transición ($R_e > 1.2 \times 10^4$).

Para todas las pruebas, la medición de las velocidades instantáneas se llevó a cabo en un perfil de 12 mm, lo más cercano posible a la pared, con una frecuencia de 100 Hz y tiempo de muestreo de 30 s.

Resultados y discusión

Pruebas

La Figura 2 presenta los resultados de un muestreo de la velocidad instantánea con número de $F_r = 0.67$ y $R_e = 4.22 \times 10^4$ para la celda cinco a 8.6 mm de profundidad.

Las pruebas se desarrollaron bajo las condiciones experimentales que se muestran en el Cuadro 1.

Los resultados del procesamiento de los datos experimentales se presentan en el Cuadro 2, en donde se indica el valor estadístico obtenido de la prueba Anderson-Darling con grado de significancia de 5 % y la velocidad de corte obtenida con el modelo de la Ecuación 7.

Los valores estadísticos de la prueba Anderson-Darling (Cuadro 2) corroboran que la PDF de los datos $u_{*i,j}$ no es de tendencia central, ya que en todos los casos $A^2 > 0.754$; por lo tanto, es correcto representar el valor de velocidad de corte u_* con la mediana estadística y hacer uso del rango intercuartil para obtener una cobertura de 50 % alrededor del valor representativo.

En la Figura 3 se presentan cuatro perfiles adimensionales trazados a partir de la estimación

Table 1. Experimental conditions to determine the shear velocity of an open channel flow.**Cuadro 1. Condiciones experimentales para determinar la velocidad de corte de un flujo de canal abierto.**

Case/ Caso	Slope (S , $\text{mm}^{-1} \times 10^{-4}$)/ Pendiente (S , $\text{mm}^{-1} \times 10^{-4}$)	Flow depth (h , cm)/ Tirante del flujo (h , cm)	Aspect ratio (b/h , mm^{-1})/ Relación de aspecto (b/h , mm^{-1})	Mean velocity (\bar{u}_m , cms^{-1})/ Velocidad media (\bar{u}_m , cms^{-1})	Froude number (F_r)/ Número de Froude (F_r)	Reynolds number (R_e , $\times 10^4$)/ Número de Reynolds (R_e , $\times 10^4$)
P-01	1.06	7.42	3.30	60.65	0.71	2.80
P-02	1.06	9.80	2.50	73.06	0.75	4.01
P-03	1.06	11.34	2.16	71.65	0.67	4.22
P-04	1.06	12.55	1.95	84.51	0.76	5.24
P-05	4.25	12.53	1.96	84.65	0.76	5.24
P-06	4.25	11.16	2.20	75.84	0.72	4.43
P-07	4.25	9.60	2.55	72.46	0.74	3.90
P-08	4.25	7.74	3.17	57.15	0.65	2.71
P-09	2.12	8.14	3.01	55.29	0.62	2.70
P-10	2.12	9.03	2.71	59.86	0.64	3.11
P-11	2.12	10.90	2.25	70.53	0.68	4.07
P-12	2.12	12.55	1.95	81.42	0.73	5.05
P-13	6.38	12.42	1.97	86.99	0.79	5.36
P-14	6.38	11.26	2.18	76.18	0.72	4.47
P-15	6.38	9.69	2.53	68.70	0.70	3.72
P-16	6.38	7.61	3.22	57.12	0.66	2.68

Table 2. Results of the shear velocity and Anderson-Darling statistical value at 5 %**Cuadro 2. Resultados de la velocidad de corte y valor estadístico Anderson-Darling al 5 %.**

Case/Caso	Shear velocity (u^* , cm^{-1})/ Velocidad de corte (u^* , cm^{-1})	Values of the interquartile range ($Q_1 - Q_3$, cm^{-1})/ Valores del rango intercuartil ($Q_1 - Q_3$, cm^{-1})	Anderson-Darling statistical value (A^2)/ Valor estadístico Anderson-Darling (A^2)
P-01	3.06	2.85 - 3.23	157.14
P-02	3.55	3.31 - 3.76	14.57
P-03	3.62	3.37 - 3.84	251.64
P-04	4.04	3.81 - 4.25	74.92
P-05	4.08	3.82 - 4.29	124.22
P-06	3.73	3.47 - 3.96	881.34
P-07	3.47	3.24 - 3.69	1.33
P-08	2.96	2.76 - 3.14	42.43
P-09	3.00	2.80 - 3.17	279.14
P-10	3.15	2.94 - 3.33	184.24
P-11	3.55	3.30 - 3.78	13.29
P-12	3.95	3.71 - 4.16	48.31
P-13	4.16	3.93 - 4.37	104.93
P-14	3.76	3.53 - 3.97	19.82
P-15	3.52	3.31 - 3.72	13.05
P-16	3.01	2.79 - 3.20	43.40

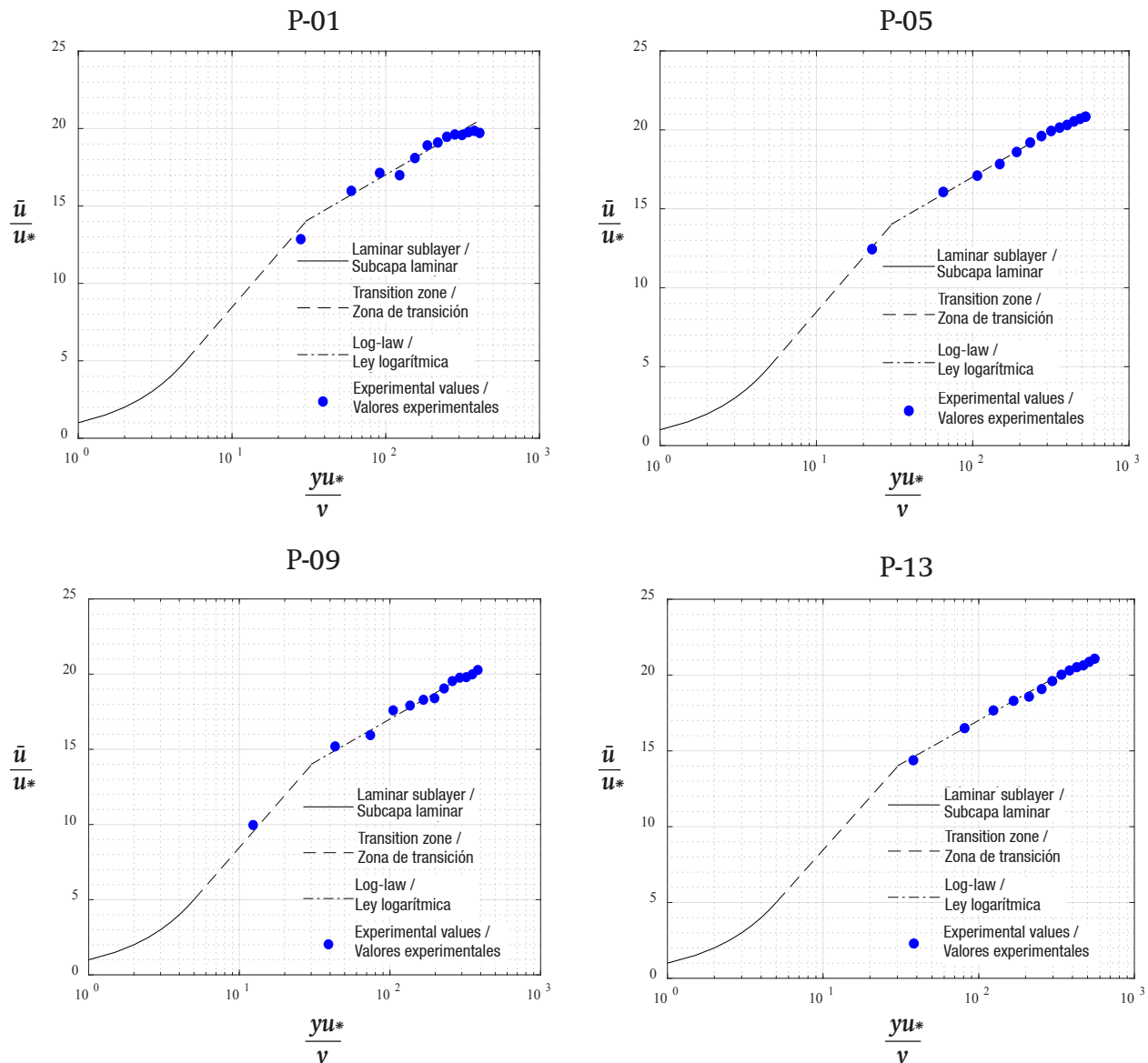


Figure 3. Dimensionless profiles of mean velocities, the von Kármán model and experimental values.
Figura 3. Perfiles adimensionales de velocidades medias, modelo de von Kármán y valores experimentales.

The application of the methodology can be extended to the use of low-frequency sampling or conventional instruments, for example a Prandtl tube, a current meter and even acoustic Doppler current profilers mounted on a mobile boat or anchored at the bottom of the channel.

Acknowledgments

The authors thank the Mexican Institute of Water Technology (IMTA) for allowing them to carry out the present research within its facilities, as well as the National Science and Technology Council (CONACYT) and the National Autonomous University of Mexico (UNAM) for the funds provided for this work.

End of English version

de la velocidad de corte con diferente pendiente del fondo. Se puede apreciar que el modelo de von Kármán representa, con buena aproximación, los valores experimentales en su condición promediada.

En los perfiles de las pruebas P-01, P-05 y P-09 se observa un punto de muestreo en la zona de transición; este caso se descartó del análisis de los datos, ya que el modelo de flujo logarítmico es sólo para la región exterior.

Conclusiones

La metodología presentada muestra baja incertidumbre en la estimación de la velocidad de corte, lo que puede observarse en los resultados de los perfiles de velocidades logarítmicos. También se presenta en forma

References / Referencias

- Auel, C., Albayrak, I., & Boes, R. M. (2014). Turbulence characteristics in supercritical open channel flows: effects of froude number and aspect ratio. *Journal of Hydraulic Engineering*, 140(4), 1-30. doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000841
- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis*. USA: Cengage Learning.
- Cebeci, T., & Chang, K. C. (1978). Calculation of incompressible rough-wall boundary layer flows. *AIAA Journal*, 16(7), 730-735. doi: 10.2514/3.7571
- Celestini, R., Silvagni, G., Spizzirri, M., & Volpi, F. (2007). Sediment transport in sewers. *WIT Transactions on Ecology and the Environment*, 103, 273-282. doi: 10.2495/WRM070261
- Coleman, N. L., & Alonso, C. V. (1983). Two-dimensional channel flows over rough surfaces. *Journal of Hydraulic Engineering*, 109(2), 175-188. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1983)109:2(175)
- Davidson, P. A. (2004). *Turbulence: An introduction for scientists and engineers*. Cary, NC: USA Oxford University Press.
- Frisch, U., & Kolmogorov, A. N. (1995). *Turbulence: The legacy of A. N. Kolmogorov*. United Kingdom: Cambridge University Press.
- George, W. K. (2007). Is there a universal log law for turbulent wall-bounded flows? *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1852), 789-806. doi: 10.1098/rsta.2006.1941
- International Organization for Standardization (ISO). (2008). *Hydrometry – Open channel flow measurement using thin-plate weirs*. Retrieved from <https://www.iso.org/standard/38066.html>
- Keulegan, G. H. (1938). Laws of turbulent flow in open channels. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 21(6), 707-741. doi: 10.6028/jres.021.039
- Motlagh, S. Y., & Taghizadeh, S. (2016). POD analysis of low Reynolds turbulent porous channel flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 61, 665-676. doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2016.07.010
- Nezu, I., & Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in open channel flows*. Cleveland, Ohio: CRC Press.
- Panton, R. L. (2013). *Incompressible flow*. USA: John Wiley & Sons, Inc. doi: 10.1002/9781118713075
- Qiao, J. D., Delavan, S. K., Nokes, R. I., & Plew, D. R. (2016). Flow structure and turbulence characteristics downstream of a spanwise suspended linear array. *Environmental Fluid Mechanics*, 16(5), 1021-1041. doi: 10.1007/s10652-016-9465-0
- Schlichting, H., & Gersten, K. (2017). *Boundary-Layer Theory*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-662-52919-5
- Schmid, W. A., & Lazos-Martínez, R. J. (2000). *Guía para estimar la incertidumbre de la medición*. México: Centro Nacional explícita el modelo para obtener el valor de la velocidad de corte. La prueba de Anderson-Darling permitió demostrar que los resultados, al evaluar la velocidad instantánea, no siguen una distribución normal, por lo que la mediana es el parámetro estadístico para definir el valor de la velocidad de corte.
- La aplicación de la metodología se puede extender al uso de instrumentos de baja frecuencia de muestreo o convencionales; por ejemplo, un tubo de Prandtl, molinete e incluso para los perfiladores acústicos de efecto Doppler montados en un bote móvil o anclados en el fondo del cauce.

Agradecimientos

Al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) por permitir llevar a cabo la presente investigación dentro de sus instalaciones, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) por los fondos proporcionados para el desarrollo de este trabajo.

Fin de la versión en español

De Metrología. Retrieved from [http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/GUIAPARAESTIMARLAINCERTIDUMBRE\(CENAM\)_26566.pdf](http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/GUIAPARAESTIMARLAINCERTIDUMBRE(CENAM)_26566.pdf)

Shih, T. H., Povinelli, L. A., Liu, N. S., Potapczuk, M. G., & Lumley, J. L. (1999). *A generalized wall function*. Springfield: Nasa Center for Aerospace Information. Retrieved from <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19990081113.pdf>

Spalding, D. B. (1961). A single formula for the "Law of the wall." *Journal of Applied Mechanics*, 28(3), 455-458. doi: 10.1115/1.3641728

Stephens, M. A. (1974). EDF Statistics for goodness of fit and some comparisons. *Journal of the American Statistical Association*, 69(347), 730-737. doi: 10.2307/2286009

Tominaga, A., & Nezu, I. (1992). Velocity profiles in steep open-channel flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(1), 73-90. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1992)118:1(73)

Van Rijn, L. C. (1984). Sediment transport, part I: Bed load transport. *Journal of Hydraulic Engineering*, 110(10), 1431-1456. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1984)110:10(1431)

Wu, F. C., Shen, H. W., & Chou, Y. J. (1999). Variation of roughness coefficients for unsubmerged and submerged vegetation. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(9), 934-942. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:9(934)

Zanoun, E. S., Durst, F., & Nagib, H. (2003). Evaluating the law of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flows. *Physics of Fluids*, 15(10), 3079-3089. doi: 10.1063/1.1608010