

# Pressure drop in macroporous medium with forced air: calibration of the Ergun equation

Caída de presión en medio macroporoso con aire forzado: calibración de la ecuación de Ergun

Salvador Valle-Guadarrama\*; Irineo Lorenzo López-Cruz; David Cruz-Pérez

Universidad Autónoma Chapingo. Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, Estado de México, C. P. 56230, México. svalleg@taurus.chapingo.mx (\*Corresponding author)

## Abstract

Cooling is an important practice that extends the shelf life of fruit and vegetable products. The arrangement of these products for cooling is similar to a macroporous bed, where a cold fluid circulates between packed particles. The study of these systems is essential to estimate characteristic operation variables so that they can be suitably designed. The aim of this study was to evaluate the use of the Ergun equation in estimating the pressure drop in a forced-air cooling unit. As study geometry, a pipe 30.0 cm long and 15.5 cm in diameter, which was filled with Styrofoam spheres and subjected to experimental evaluation of pressure drop ( $\Delta P_{exp}$ ) with various sphere diameters and mass air flux, was used. Void fraction, temperature and air density and viscosity were evaluated in each condition. The pressure drop was calculated with the Ergun equation ( $\Delta P_{est}$ ) and the parameters of this model were calibrated through the MatLab® lsqnonlin.m subroutine, with which the adequate estimation of the packed bed was obtained. Based on geometry of packed objects, the results are applicable to fruit such as apples, oranges, peaches, lemons and plums, among others.

**Keywords:** flow dynamics, cooling, modeling.

## Resumen

El enfriamiento es una práctica importante que permite alargar la vida útil de productos hortofrutícolas. La disposición de estos productos para su enfriamiento es similar a un lecho macroporoso, donde un fluido frío circula entre partículas empacadas. El estudio de estos sistemas es necesario para estimar variables de operación características, de forma que se permita un diseño adecuado de los mismos. El objetivo de este trabajo fue evaluar el uso de la ecuación de Ergun en la estimación de la caída de presión en una unidad tipo enfriamiento con aire forzado. Como geometría de estudio se usó un tubo de 30.0 cm de largo y 15.5 cm de diámetro, el cual se rellenó con esferas de unicel y se sometió a evaluación experimental de caída de presión ( $\Delta P_{exp}$ ) con varios diámetros de esfera y flux másico de aire. En cada condición se evaluó fracción hueca, temperatura, densidad y viscosidad del aire. Se evaluó el cálculo de la caída de presión con la ecuación de Ergun ( $\Delta P_{est}$ ) y se calibraron los parámetros de este modelo a través de la subrutina lsqnonlin.m de MatLab®, con lo que se obtuvo la estimación adecuada del lecho empacado. Por la geometría de los objetos empacados, los resultados son aplicables a frutos como manzanas, naranjas, duraznos, limones y ciruelas, entre otros.

**Palabras clave:** dinámica de flujo, enfriamiento, modelado.

## Introduction

Cooling of fruit and vegetable products involves the rapid removal of field heat to reduce the temperature to a value close to that of storage. Cooling is used in food technology, in general, to reduce metabolic activity and extend shelf life (Espinosa-Solares et al., 2014). In the case of handling fresh fruit and vegetable products, cooling is applied to slow the metabolism and the rate of decay prior to postharvest transport and handling (Defraeye, Verboven, Opara, Nicolai, & Cronjé, 2015; Brosnan & Sun, 2001).

In air cooling, which is one of the most commonly used methods, the fluid is made to circulate at low temperature between the hollow spaces left by the product, causing a heat flow inside it towards this fluid and thence towards the outside of the packed units through a forced convection mechanism (Ferrua & Singh, 2011; Thompson, Mitchell, & Kasmire, 2002). When air flows through the porous region left by the product, it undergoes a pressure drop and, to compensate for it, fans whose dimensioning strongly depends on the magnitude of this pressure drop are used (Amanlou & Zomorodian, 2011). In different studies (Alvarez, Bournet, & Flick, 2003; Amanlou & Zomorodian, 2011; Dehghannya, Ngadi, & Vigneault, 2010; Delele et al., 2008), it has been postulated that the Ergun equation (Ergun, 1952) can be used to represent the pressure drop, relating it to parameters such as porosity, the characteristics of the packed objects, the properties of the fluid and the velocity thereof.

The Ergun equation has been used to adequately predict the pressure drop in processes such as towers of packed particles (Seader, Henley, & Roper, 2011). However, its application is subject to compliance with certain criteria; among them, the ratio of the diameter of the container to the particle diameter must be greater than 10 and also the porosity must be greater than 50 %. Because such criteria are often not met, in different studies involving fluid flow in porous media the need to review the structure of the Ergun equation in order to get a better representation of the pressure drop has been shown (Alvarez et al., 2003; Alvarez & Flick, 2007; Karimpour, Safdari, Mousavian, & Zadakbar, 2008). In this context, the aim of the present study was to evaluate the application of the Ergun equation to estimate the pressure drop in a packed system similar to that used in cooling systems for fruit and vegetable products.

## Materials and methods

### Object of study

A PVC pipe 3.0 m in length and 15.5 cm in diameter ( $D_i$ ) was used. At the inlet an air feed system consisting

## Introducción

El enfriamiento de un producto hortofrutícola consiste en la eliminación rápida del calor de campo para reducir la temperatura hasta un valor cercano al de almacenamiento. El enfriamiento es usado en la tecnología de alimentos, en general, para reducir la actividad metabólica y alargar la vida de anaquel (Espinosa-Solares et al., 2014). En el caso del manejo en fresco de productos hortofrutícolas, el enfriamiento se aplica para reducir el metabolismo y la velocidad de deterioro previo al transporte y manejo postcosecha (Defraeye, Verboven, Opara, Nicolai, & Cronjé, 2015; Brosnan & Sun, 2001).

En el enfriamiento con aire, que constituye uno de los métodos usados más comúnmente, se hace circular el fluido a baja temperatura entre los espacios huecos dejados por el producto, causando un flujo de calor del interior de éste hacia dicho fluido y de allí hacia el exterior de las unidades de empaque mediante un mecanismo de convección forzada (Ferrua & Singh, 2011; Thompson, Mitchell, & Kasmire, 2002). Cuando el aire fluye a través de la región porosa dejada por el producto experimenta disminución de presión y, para compensarla, se utilizan ventiladores, cuyo dimensionamiento depende fuertemente de la magnitud de dicha caída de presión (Amanlou & Zomorodian, 2011). En distintos trabajos (Alvarez, Bournet, & Flick, 2003; Amanlou & Zomorodian, 2011; Dehghannya, Ngadi, & Vigneault, 2010; Delele et al., 2008) se ha postulado que la ecuación de Ergun (Ergun, 1952) puede ser usada para representar la caída de presión, relacionándola con parámetros como la porosidad, las características de los objetos empacados, las propiedades del fluido y la velocidad del mismo.

La ecuación de Ergun ha sido empleada para predecir en forma adecuada la caída de presión en procesos como torres de partículas empacadas (Seader, Henley, & Roper, 2011). Sin embargo, su aplicación está sujeta al cumplimiento de algunos criterios; entre ellos, la relación del diámetro del contenedor y el diámetro de partícula debe ser mayor a 10 y, asimismo, la porosidad debe ser mayor al 50 %. Debido a que con frecuencia este tipo de criterios no se cumplen, en diferentes trabajos que involucran flujo de fluidos en medios porosos, se ha mostrado la necesidad de revisar la estructura de la ecuación de Ergun con el fin de conseguir una representación mejor de la caída de presión (Alvarez et al., 2003; Alvarez & Flick, 2007; Karimpour, Safdari, Mousavian, & Zadakbar, 2008). En tal contexto, el objetivo del presente trabajo fue evaluar la aplicación de la ecuación de Ergun a la estimación de la caída de presión en un sistema de empaque similar al usado en sistemas de enfriamiento de productos hortofrutícolas.

of a centrifugal fan and a butterfly valve, where five positions for flow control were marked, was connected. At the outlet a reducing nozzle of 7 cm in diameter ( $D_e$ ), where the linear velocity of the air was assessed, was placed. At 2.0 m away from the intake point, two wire grids were placed 30.0 cm apart. The space between the grids was filled with Styrofoam spheres and represented a macroporous medium similar to a fruit packing unit placed in a cooling process, with lateral air entry. It was proposed that the pressure drop ( $\Delta P$ , Pa) can be represented with the Ergun model (Equation 1):

$$\left[ \frac{\rho \Delta P}{G_0^2} \right] \left[ \frac{D_p}{L} \right] \left[ \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \right] = k_1 \left[ \frac{1}{Re} \right] + k_2 \quad (1)$$

where  $\rho$  is the density ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) of the air at the average pressure between the inlet and outlet;  $G_0$  is the mass flux ( $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ ) of the fluid, expressed as the product ( $\rho\cdot v_0$ );  $v_0$  is the superficial velocity, which represents the average linear velocity ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) that the fluid would have in the package if there were no product;  $D_p$  is the diameter (m) of the filling unit (a sphere in this case), expressed by the quotient ( $6\cdot a_v^{-1}$ );  $a_v$  is the specific surface of particles in bed, given as the ratio of the total surface of filling objects (adding all units) to the volume of the packing;  $L$  is the length (m) of the porous bed in the flow direction;  $\varepsilon$  is the porosity or void fraction (dimensionless) and  $Re$  is the Reynolds number (dimensionless). Additionally,  $k_1$  and  $k_2$  are characteristic constants of the Ergun equation, with values of 150 and 1.75, respectively.

### Research structure

Two research stages were conducted. In the first, the effectiveness of the Ergun equation for estimating the pressure drop ( $\Delta P_{\text{est}}$ ) through the packed unit was assessed. In the second, the constants  $k_1$  and  $k_2$  of Equation (1) were calibrated to optimize the  $\Delta P_{\text{est}}$  prediction.

### Evaluation of the Ergun equation

An experiment at two thermal conditions, one in the range of 10 to 12 °C and the other from 24 to 26 °C, was performed. Five sizes of packed objects consisting of Styrofoam spheres, which are generically named as particles or filling objects, were tested. In each case a sufficient number of particles were placed in the pipe to attain the packing equivalent to what it would normally have with biological material. Thus, the diameters ( $D_p$ ) used and the number of objects housed ( $N$ ) were: 2, 3, 4, 5 and 7 cm, with 772, 215, 86, 42 and 14 objects, respectively. For each particle size the  $\varepsilon$  was evaluated using Equation 2, where  $V_L$  is the volume of the porous bed ( $0.00566 \text{ m}^3$ ) and  $V_p$  the volume of a filling object (Equation 3).

## Materiales y métodos

### Objeto de estudio

Se usó un tubo de PVC de 3.0 m de longitud y 15.5 cm de diámetro ( $D_L$ ). En la entrada se conectó un sistema de alimentación de aire consistente de un ventilador centrífugo y una válvula de mariposa, donde se marcaron cinco posiciones para el control del flujo. En la salida se colocó una boquilla reductora de diámetro de 7 cm ( $D_e$ ), donde se evaluó la velocidad lineal del aire. A 2.0 m de distancia del punto de entrada se colocaron dos rejillas de alambre separadas entre sí por 30.0 cm. El espacio entre las rejillas se llenó con esferas de unicel y representó un medio macroporoso semejante a una unidad de empaque de frutos colocada en un proceso de enfriamiento, con ingreso lateral de aire. Se propuso que la caída de presión ( $\Delta P$ , Pa) puede representarse con el modelo de Ergun (Ecuación 1):

$$\left[ \frac{\rho \Delta P}{G_0^2} \right] \left[ \frac{D_p}{L} \right] \left[ \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \right] = k_1 \left[ \frac{1}{Re} \right] + k_2 \quad (1)$$

donde  $\rho$  es densidad ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) del aire a la presión promedio entre la entrada y la salida;  $G_0$  es flux másico ( $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ ) del fluido, expresado como el producto ( $\rho\cdot v_0$ );  $v_0$  es la velocidad superficial, que representa la velocidad lineal promedio ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) del fluido que habría en la caja si no hubiera producto;  $D_p$  es el diámetro (m) de la unidad de relleno (una esfera en este caso), expresado por el cociente ( $6\cdot a_v^{-1}$ );  $a_v$  es la superficie específica del relleno, dado como el cociente de la superficie total del relleno (sumando todas las unidades) entre el volumen del relleno;  $L$  es la longitud (m) del lecho poroso en la dirección del flujo;  $\varepsilon$  es la porosidad o fracción hueca (adimensional) y  $Re$  es el número de Reynolds (adimensional). Adicionalmente,  $k_1$  y  $k_2$  son constantes características de la ecuación de Ergun, con valores de 150 y 1.75, respectivamente.

### Estructura de investigación

Se desarrollaron dos etapas de investigación. En la primera, se evaluó la eficacia de la ecuación de Ergun para estimar la caída de presión ( $\Delta P_{\text{est}}$ ) a través de la unidad de empaque. En la segunda, se calibraron las constantes  $k_1$  y  $k_2$  de la Ecuación (1) para optimizar la predicción  $\Delta P_{\text{est}}$ .

### Evaluación de la ecuación de Ergun

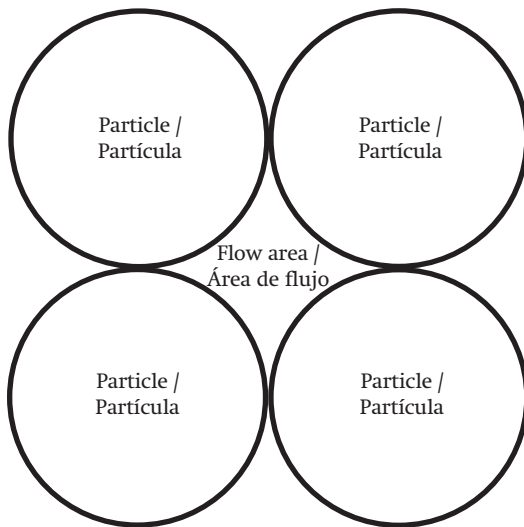
Se realizó un experimento a dos condiciones térmicas, una en el rango de 10 a 12 °C y la otra de 24 a 26 °C. Se probaron cinco tamaños de objetos empacados consistentes de esferas de unicel, las cuales se denominaron genéricamente como partículas u objetos

$$\varepsilon = \frac{V_L - NV_p}{V_L} \quad (2)$$

$$V_p = \frac{\pi D_p^3}{6} \quad (3)$$

Using Equation 4 and based on Figure 1, the hydraulic diameter ( $D_h$ ) of the airflow area in the porous bed was determined for each particle size.

$$D_h = D_p \left( \frac{4}{\pi} \right) - 1 \quad (4)$$



**Figure 1. Identification of the flow area in the porous particle bed.**

**Figura 1. Identificación del área de flujo en el lecho poroso de partículas.**

Additionally, for each  $D_p$ , five airflow conditions in the pipe ( $F_1, F_2, F_3, F_4$  and  $F_5$ ), controlled by the butterfly valve positions, were tested. This structure resulted in 25 experimental conditions, which represented treatments ( $D_p-F_j$ ). Each treatment was subjected, in triplicate, to experimental measurement of pressure drop ( $\Delta P_{exp}$ ) through a data acquisition system (LabQuest, Vernier Software & Technology, LLC, USA) equipped with a sensor for measuring gauge pressure. Additionally, the air velocity was measured ( $v_e, m \cdot s^{-1}$ ) at the outlet of the packed unit with an anemometer (Kestrel 4000 Pocket Weather Meter, USA). The flow was calculated ( $\dot{V}, m^3 \cdot s^{-1}$ ) with Equation 5, the superficial velocity ( $v_0, m \cdot s^{-1}$ ) with Equation 6, the mass flux ( $G_0, kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$ ) with Equation 7 and the Reynolds number ( $Re$ ) with Equation 8; where  $D_L$  is the bed diameter (0.155 m),  $\rho$  air density ( $kg \cdot m^{-3}$ ) and  $\mu$  viscosity (Pa·s) of the same fluid, the latter evaluated as a function of temperature (Kundu, Cohen, & Dowling, 2012).

de relleno. En cada caso se colocó en el tubo un número suficiente de partículas para conseguir el llenado equivalente al que se tendría normalmente con material biológico. Así, los diámetros ( $D_p$ ) usados y el número de objetos alojados ( $N$ ) fueron: 2, 3, 4, 5 y 7 cm, con 772, 215, 86, 42 y 14 objetos, respectivamente. Para cada tamaño de partícula se evaluó la  $\varepsilon$ , mediante la Ecuación 2, donde  $V_L$  es volumen del lecho poroso ( $0.00566 m^3$ ) y  $V_p$  el volumen de un objeto de relleno (Ecuación 3).

$$\varepsilon = \frac{V_L - NV_p}{V_L} \quad (2)$$

$$V_p = \frac{\pi D_p^3}{6} \quad (3)$$

Mediante la Ecuación 4 y con base en la Figura 1, se determinó el diámetro hidráulico ( $D_h$ ) del área de flujo de aire en el lecho poroso para cada tamaño de partícula.

$$D_h = D_p \left( \frac{4}{\pi} \right) - 1 \quad (4)$$

Adicionalmente, para cada  $D_p$  se probaron cinco condiciones de flujo de aire en el tubo ( $F_1, F_2, F_3, F_4$  y  $F_5$ ), controladas mediante las posiciones de válvula de mariposa. Esta estructura dio como resultado 25 condiciones de experimentación, que representaron tratamientos ( $D_p-F_j$ ). Cada tratamiento se sometió, por triplicado, a medición experimental de caída de presión ( $\Delta P_{exp}$ ) a través de un sistema de adquisición de datos (LabQuest, Vernier Software & Technology, LLC, USA) equipado con un sensor de medición de presión manométrica. Adicionalmente, se midió la velocidad del aire ( $v_e, m \cdot s^{-1}$ ) en la salida de la unidad de empaque con un anemómetro (Kestrel 4000 Pocket Weather Meter, USA). Se calculó el caudal ( $\dot{V}, m^3 \cdot s^{-1}$ ) con la Ecuación 5, la velocidad superficial ( $v_0, m \cdot s^{-1}$ ) con la Ecuación 6, el flux másico ( $G_0, kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$ ) con la Ecuación 7 y el número de Reynolds ( $Re$ ) con la Ecuación 8; donde  $D_L$  es el diámetro del lecho (0.155 m),  $\rho$  densidad del aire ( $kg \cdot m^{-3}$ ) y  $\mu$  viscosidad (Pa·s) del mismo fluido, estas últimas evaluadas en función de la temperatura (Kundu, Cohen, & Dowling, 2012).

$$\dot{V} = \frac{\pi D_e^2 v_e}{4} \quad (5)$$

$$v_0 = \frac{4 \dot{V}}{\pi D_L^2} \quad (6)$$

$$G_0 = v_0 \rho \quad (7)$$

$$Re = \frac{D_p G_0}{\mu(1-\varepsilon)} \quad (8)$$

Finalmente, se usó el modelo de Ergun (Ecuación 1) para obtener un valor estimado de la caída de presión

$$V = \frac{\pi D_e^2 v_e}{4} \quad (5)$$

$$v_0 = \frac{4 V}{\pi D_i^2} \quad (6)$$

$$G_0 = v_0 \rho \quad (7)$$

$$Re = \frac{D_p G_0}{\mu(1-\varepsilon)} \quad (8)$$

Finally, the Ergun model (Equation 1) was used to obtain an estimated value of the pressure drop ( $\Delta P_{est}$ ), considering the original values of  $k_1 = 150$  and  $k_2 = 1.75$ .

### Calibration of the Ergun equation

Based on the experimental data, the parameters  $k_1$  and  $k_2$  of Equation 1 were calibrated numerically, using an ordinary least squares approach; for this, the `lsqnonlin.m` subroutine, available in the MatLab® optimization toolbox (The Mathworks Inc., 1990-2006), with the Levenberg-Marquardt optimization algorithm, was used. In this process, the nominal values  $k_1 = 150$  and  $k_2 = 1.75$  were taken as reference. For both parameters, the domain restrictions given by Equations 9 and 10, respectively, were defined. Also, the function  $f(x)$  to minimize was shown by Equation 11, where  $\Delta P_{exp}$  corresponds to the experimental data and  $\Delta P_{est}$  to the data calculated with Equation 12:

$$10 \leq k_1 \leq 20000 \quad (9)$$

$$0 \leq k_2 \leq 10 \quad (10)$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^{25} (\Delta P_{exp} - \Delta P_{est}) \quad (11)$$

$$\Delta P_{est} = \left[ \frac{k_1}{Re} + k_2 \right] \left[ \frac{G_0^2 L(1-\varepsilon)}{\rho D_p \varepsilon^3} \right] \quad (12)$$

### Data analysis

The experimental evaluation of the pressure drop was performed in a manner consistent with a  $2 \times 5 \times 5$  factorial design, wherein the variation factors were temperature (ranges from 10 to 12 and 24 to 26 °C), the diameter of filling elements (2, 3, 4, 5 and 7 cm) and flow control, given by five valve opening positions in the feed. The data were subjected to analysis of variance and comparison of means tests using the Tukey statistic ( $\alpha = 0.05$ ). The experimental pressure drop data were compared with the estimates of the Ergun model through comparison of means tests performed with the Tukey statistic ( $\alpha = 0.05$ ). The analysis was performed using the Statistical Analysis System statistical package, ver. 8.0 (SAS, 1999).

( $\Delta P_{est}$ ), considerando los valores originales de  $k_1 = 150$  y  $k_2 = 1.75$ .

### Calibración de la ecuación de Ergun

Con base en la información experimental, se realizó la calibración de los parámetros  $k_1$  y  $k_2$  de la Ecuación 1, en forma numérica, empleando un enfoque de mínimos cuadrados no lineales ordinarios; para ello se usó la subrutina `lsqnonlin.m`, disponible en el paquete de herramientas de optimización de MatLab® (The Mathworks Inc., 1990-2006), con el algoritmo de optimización de Levenberg-Marquardt. En este proceso, se tomaron como referencia los valores nominales  $k_1 = 150$  y  $k_2 = 1.75$ . Para ambos parámetros se definieron las restricciones de dominio dadas por las Ecuaciones 9 y 10, respectivamente. Asimismo, la función  $f(x)$  a minimizar fue la mostrada por la Ecuación 11, donde  $\Delta P_{exp}$  corresponde a los datos experimentales y  $\Delta P_{est}$  a los datos calculados con la Ecuación 12:

$$10 \leq k_1 \leq 20000 \quad (9)$$

$$0 \leq k_2 \leq 10 \quad (10)$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^{25} (\Delta P_{exp} - \Delta P_{est}) \quad (11)$$

$$\Delta P_{est} = \left[ \frac{k_1}{Re} + k_2 \right] \left[ \frac{G_0^2 L(1-\varepsilon)}{\rho D_p \varepsilon^3} \right] \quad (12)$$

### Análisis de datos

La evaluación experimental de la caída de presión se hizo en forma congruente con un diseño factorial  $2 \times 5 \times 5$ , donde los factores de variación fueron la temperatura (rangos de 10 a 12 y 24 a 26 °C), el diámetro de elementos de empaque (2, 3, 4, 5 y 7 cm) y el control del flujo, dado por cinco posiciones de apertura de válvula en la alimentación. Los datos se sometieron a análisis de varianza y pruebas de comparación de medias mediante el estadístico de Tukey ( $\alpha = 0.05$ ). Los datos experimentales de la caída de presión se compararon con las estimaciones del modelo de Ergun a través de pruebas de comparación de medias hechas con el estadístico de Tukey ( $\alpha = 0.05$ ). Todo el análisis se realizó con el paquete estadístico *Statistical Analysis System*, ver. 8.0 (SAS, 1999).

### Resultados y discusión

#### Fracción hueca ( $\varepsilon$ ) y diámetro hidráulico ( $D_h$ )

La  $\varepsilon$  varió entre 0.43 y 0.56, y se incrementó de forma lineal conforme aumentó el diámetro de partícula ( $R^2 = 0.9873$ , Figura 2). En el caso del  $D_h$ , la variación

## Results and discussion

### Void fraction ( $\varepsilon$ ) and hydraulic diameter ( $D_h$ )

The  $\varepsilon$  ranged between 0.43 and 0.56, and increased linearly as the particle diameter increased ( $R^2 = 0.9873$ , Figure 2). In the case of  $D_h$ , the variation was in the range of 0.55 to 1.91 cm and a linear increase with  $D_p$  was also obtained, although in this case the values are based on the theoretical arrangement of the particles (Figure 1, Equation 4), thus the coefficient of determination ( $R^2$ ) was equal to unity.

### Volumetric flow rate

The volumetric flow rate varied between 8.8 and 35.0 L·s<sup>-1</sup> and the control valve positions allowed flows that were significantly different to each other ( $P \leq 0.05$ , Table 1). At higher temperature there was 8.5 % more flow. In the air, as the temperature increases the density is reduced, but the viscosity increases (Kundu et al., 2012). The ratio of viscosity to density represents momentum diffusivity ( $\delta$ , m<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>) and, based on Newton's Law of Viscosity (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2006), the increase in temperature should correspond to greater momentum transport between the fluid and the packed particles, hindering the flow. However, the empirical evidence showed that there was actually greater velocity, suggesting the rearrangement of the particles when passing from the low to high temperature condition in the experimentation system.

Similarly, the diameter of the filling particles affected the flow, and as the size thereof increased the flow was also higher ( $P \leq 0.05$ ). This situation was expected, since as the particle diameter was greater, porosity and hydraulic diameter also increased (Figure 2). Tortuosity is a measure of the lack of linear paths and lack of parallel currents in the flow of a fluid in a packed bed (Matyka, Khalili, & Koza, 2008). Thus, as  $\varepsilon$  and  $D_h$  increased, the moving fluid found higher flow areas, which meant less tortuosity, thereby facilitating increased flow. On the other hand, there was significant interaction ( $P \leq 0.05$ ) between the valve opening levels and particle diameter (Table 1), since with the largest opening the largest diameter of the filling spheres allowed greater flow, but at a lesser opening the diameter of the filling objects caused no variation in flow (Figure 3).

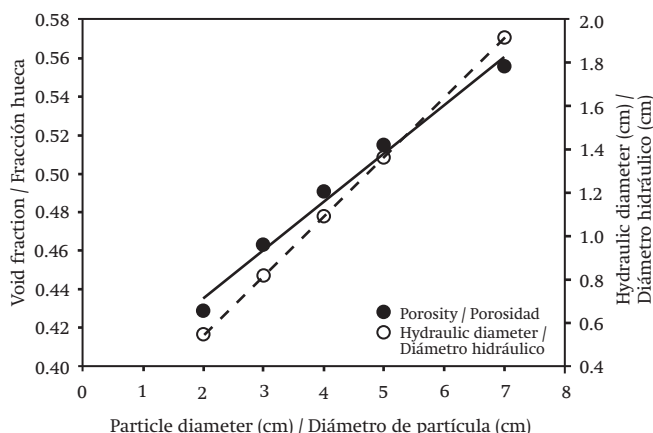
### Reynolds number

The Reynolds number ranged between 2,054.5 and 8,615.7. In packed columns, the transition from laminar to turbulent flow occurs with values between 10 and 1,000 (Bird et al., 2006), indicating that there was turbulent flow in all tested conditions. Just as happened with the volumetric flow rate, the Reynolds number was affected by temperature and was higher in the 24 - 26 °C condition, although the contrast was

se ubicó en el rango de 0.55 a 1.91 cm y también se tuvo un aumento lineal con  $D_p$ , aunque en este caso los valores se basan en el arreglo teórico de las partículas (Figura 1, Ecuación 4); por lo cual el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) fue igual a la unidad.

### Flujo volumétrico

El flujo volumétrico varió entre 8.8 y 35.0 L·s<sup>-1</sup> y las posiciones de la válvula de control permitieron flujos que fueron significativamente distintos entre ellos ( $P \leq 0.05$ , Cuadro 1). A temperatura mayor se tuvo 8.5 % más flujo. En el aire, a medida que aumenta la temperatura la densidad se reduce, pero la viscosidad aumenta (Kundu et al., 2012). El cociente de la viscosidad entre la densidad representa una difusividad de momento ( $\delta$ , m<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>) y, con base en la Ley de Newton de la Viscosidad (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2006), el incremento en la temperatura debió corresponder a mayor transporte de momento entre el fluido y las partículas empacadas, dificultando el flujo. Sin embargo, la evidencia empírica mostró que en realidad hubo mayor velocidad, lo que sugirió el reacomodo de las partículas al pasar el sistema de experimentación de la condición de baja a la de alta temperatura.



**Figure 2. Relationship of the void fraction ( $\varepsilon$ ) and hydraulic diameter ( $D_h$ ) with the filling particle diameter ( $D_p$ ) in the packed bed.**

**Figura 2. Relación de la fracción hueca ( $\varepsilon$ ) y el diámetro hidráulico ( $D_h$ ) con el diámetro de partícula de relleno ( $D_p$ ) en el lecho empacado.**

En forma similar, el diámetro de las partículas de relleno afectó el flujo, y a medida que el tamaño de las mismas aumentó el caudal también fue mayor ( $P \leq 0.05$ ). Esta situación era esperada, ya que conforme el diámetro de partícula fue mayor, incrementaron la porosidad y el diámetro hidráulico (Figura 2). La tortuosidad es una medida de la falta de trayectorias lineales y falta de paralelismo de corrientes en el flujo de un fluido en un lecho empacado (Matyka, Khalili, & Koza, 2008). Así, a medida que se incrementaron

**Table 1. Effect of temperature, particle diameter and valve opening on volumetric flow rate, Reynolds number and pressure drop in the macroporous bed.****Cuadro 1. Efecto de la temperatura, el diámetro de partícula y la apertura de válvula, sobre el flujo volumétrico, el número de Reynolds y la pérdida de presión en el lecho macroporoso.**

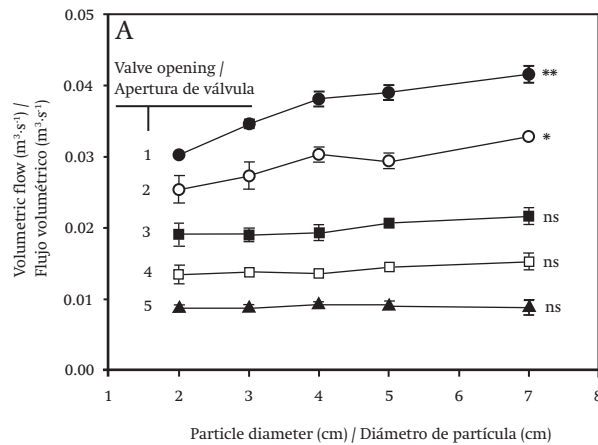
Variation factor / Factor de variación	Volumetric flow rate ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ) / Flujo volumétrico ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )	Reynolds number (dimensionless) / Número de Reynolds (adimensional)	Pressure drop (Pa) / Caída de presión (Pa)
Temperature (T) / Temperatura (T)			
10 a 12 °C	0.0201 b	4876.76 b	274.93 a
24 a 26 °C	0.0218 a	5243.49 a	257.07 b
HSD / DMSH	0.0004	97.96	13.547
Particle diameter ( $D_p$ ) / Diámetro de partícula ( $D_p$ )			
2 cm	0.0182 d	1727.48 e	438.67 a
3 cm	0.0199 c	3007.27 d	313.33 b
4 cm	0.0214 b	4559.33 c	229.33 c
5 cm	0.0219 b	6100.11 b	206.76
7 cm	0.0232 a	9906.43 a	142.81
HSD / DMSH	0.0008	216.72	29.95
Valve opening (AV) / Apertura de válvula (AV)			
AV1	0.0350 a	8615.70 a	554.67 a
AV2	0.0277 b	6733.73 b	386.15 b
AV3	0.0194 c	4652.53 c	220.94 c
AV4	0.0137 d	3244.21 d	118.43 d
AV5	0.0088 e	2054.46 e	50.33 e
HSD / DMSH	0.0008	216.72	29.95
Interaction effects / Efectos de interacción			
T* $D_p$	ns	ns	ns
T*AV	ns	ns	ns
$D_p$ *AV	**	**	**
Coefficient of variation / Coeficiente de variación	5.45	5.98	15.73

Means with the same letters do not differ statistically. HSD: Honest significant difference (Tukey,  $P \leq 0.05$ ). ns, \*\*: not significant and significant.

Medias con las mismas letras no difieren estadísticamente. DMSH: diferencia mínima significativa honesta (Tukey,  $P \leq 0.05$ ). ns, \*\*: no significativo y significativo.

only 7.5 % compared to the value observed in the 10 - 12 °C condition, and can have no practical significance. Also, the Reynolds number was affected by the size of the packed particles, and had significantly higher values with the larger particles than the smaller ones ( $P \leq 0.05$ , Table 1), which is explained by the larger hydraulic diameters and greater porosity. Similarly, in a manner consistent with the increased flow obtained by further opening the valve, the Reynolds number increased as the flow increased.

$\varepsilon$  y  $D_h$ , el fluido en movimiento encontró áreas mayores de flujo, lo que significó menor tortuosidad, favoreciendo con ello el incremento del caudal. Por otro lado, hubo interacción significativa ( $P \leq 0.05$ ) entre los niveles de apertura de válvula y el diámetro de partícula (Cuadro 1), pues con la apertura mayor, el diámetro más grande de las esferas de relleno permitió mayor flujo, pero a menor apertura, el diámetro de los objetos de relleno no causó variación del caudal (Figura 3).



**Figure 3. Effect of interaction between the valve opening and particle diameter on the volumetric flow rate. The symbols \*, \*\* and ns indicate ( $P \leq 0.01$ ) and not significant ( $P > 0.05$ ) change, respectively.**

**Figura 3. Efecto de interacción entre la apertura de válvula y el diámetro de partícula en la afectación del flujo volumétrico. Los símbolos \*, \*\* y ns indican modificación significativa ( $P \leq 0.05$ ), altamente significativa ( $P \leq 0.01$ ) y no significativa ( $P > 0.05$ ), respectivamente.**

### Experimental pressure drop

The pressure drop varied between 50 and 555 Pa. This loss was greater in proportional form to the volumetric rate in which there was greater turbulence, which was established by larger Reynolds numbers. However, the pressure drop was reduced as the size of the packed bed particles increased, and this confirmed that there was less tortuosity as the hydraulic diameter increased. The pressure drop was also affected by temperature. Higher values occurred with the lowest thermal condition, and it is believed that this occurred due to a rearrangement of the particles that allowed greater flow, whereas the pressure drop was lower at the highest temperature.

### Pressure drop prediction

The pressure drop is one of the most important elements to consider in designing a cooling process, because the dimensioning of fans in forced-air systems is based on this parameter (Amanlou & Zomorodian, 2011). Although eventually this variable can be determined experimentally, it is more useful to have mathematical relationships that allow an adequate prediction. In the present study the performance of the Ergun model (Equation 1) with the original constants  $k_1 = 150$  and  $k_2 = 1.75$  was assessed, in order to predict the pressure drop in the packed system used in the experimental phase. The prediction data were compared with the

### Número de Reynolds

El número de Reynolds varió entre 2,054.5 y 8,615.7. En columnas de relleno, la transición de flujo laminar a flujo turbulento ocurre con valores entre 10 y 1,000 (Bird et al., 2006), lo que indica que hubo flujo turbulento en todas las condiciones probadas. Al igual a como ocurrió con el flujo volumétrico, el número de Reynolds se afectó por la temperatura y fue mayor en la condición de 24 a 26 °C, aunque el contraste fue de únicamente 7.5 % en relación con el valor observado en la condición de 10 a 12 °C, y puede no tener importancia práctica. Asimismo, el número de Reynolds se afectó por el tamaño de las partículas empacadas, y se tuvieron valores significativamente mayores con las partículas grandes que con las más pequeñas ( $P \leq 0.05$ , Cuadro 1); lo que se explica por los diámetros hidráulicos más grandes y la mayor porosidad. De igual manera, en forma congruente con el mayor flujo obtenido mediante una mayor apertura de válvula, el número de Reynolds incrementó a medida que el caudal fue más grande.

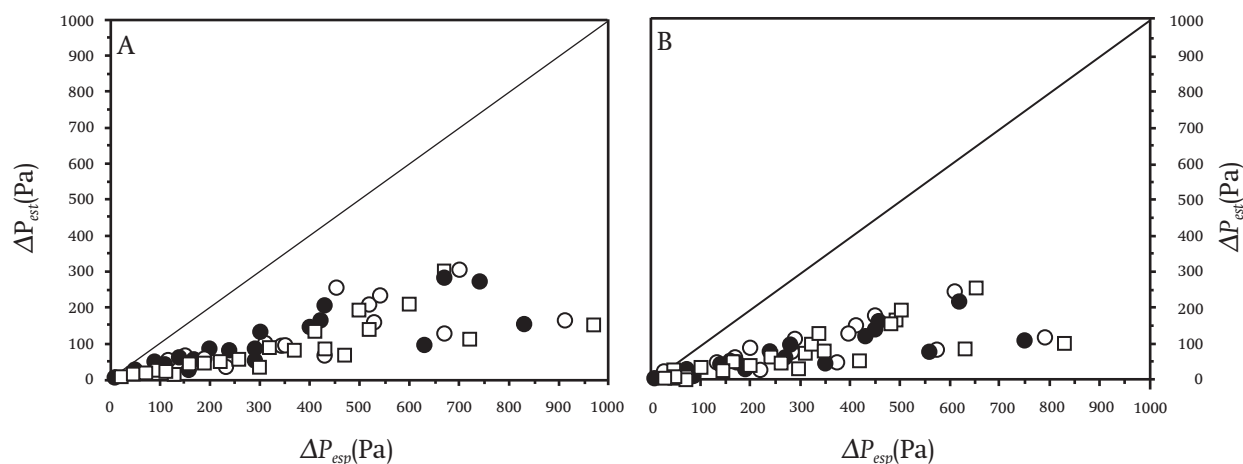
### Caída de presión experimental

La caída de presión varió entre 50 y 555 Pa. Esta pérdida fue mayor de manera proporcional con el caudal, condición en que hubo mayor turbulencia; la cual se estableció por números de Reynolds más grandes. Sin embargo, la caída de presión se redujo a medida que se incrementó el tamaño de las partículas del lecho empacado, y esto confirmó que hubo menor tortuosidad en la medida en que aumentó el diámetro hidráulico. La caída de presión también se afectó por la temperatura. Los mayores valores ocurrieron con la menor condición térmica, y se cree que esto ocurrió por un reacomodo de las partículas que permitió mayor flujo y menor caída de presión en la temperatura más alta.

### Predicción de la caída de presión

La caída de presión es uno de los elementos más importantes en el diseño de un proceso de enfriamiento, pues el dimensionamiento de ventiladores en sistemas con aire forzado se basa en dicho parámetro (Amanlou & Zomorodian, 2011). Aunque eventualmente esta variable puede determinarse experimentalmente, resulta de mayor utilidad disponer de relaciones matemáticas que permitan una predicción adecuada. En el presente trabajo se evaluó el desempeño del modelo de Ergun (Ecuación 1) con las constantes originales  $k_1 = 150$  y  $k_2 = 1.75$ , para realizar la predicción de la caída de presión en el sistema empacado utilizado en la fase experimental. Los datos de predicción se compararon con la información experimental, y se encontró que en las dos condiciones térmicas hubo discrepancia significativa ( $P \leq 0.05$ ) entre ambos conjuntos de datos





**Figure 4. A 1:1 representation between the pressure drop data calculated with the original Ergun equation and the experimental data. Panels A and B correspond to the thermal conditions of 10 to 12 and 24 to 26 °C, respectively. The symbols ●, ○ and □ indicate different replications. The reference diagonal shows the condition of similarity between experimental and calculated data.**

**Figura 4. Representación 1:1 entre los datos de caída de presión calculados con la ecuación original de Ergun y los datos experimentales. Los recuadros A y B corresponden a las condiciones térmicas de 10 a 12 y 24 a 26 °C, respectivamente. Los símbolos ●, ○ y □ indican distintas repeticiones. La diagonal de referencia muestra la condición de similitud entre datos experimentales y calculados.**

experimental information, and it was found that in both thermal conditions there was significant ( $P \leq 0.05$ ) discrepancy between the two data sets and, according to Figure 4, the Ergun model in its original format clearly underestimated the measurements, with average prediction errors on the order of 72.2 %.

In addition, the application of comparison of means routines using the Tukey statistic ( $\alpha = 0.05$ ) showed that while at experimental level an average pressure drop of 266.0 Pa was recorded, the original Ergun model predicted a significantly different value of 72.0 Pa. By submitting the data to comparison of means routines, an honest significant difference (HSD) equal to 49.5 Pa (Table 2), which was lower than the prediction error, was obtained, confirming the original model's poor ability to reproduce the experimental data. This situation was consistent with the fact that the Ergun equation, in its original format, describes the laminar and transitional flow region in packed particle beds (Bird et al., 2006). In the present work, however, turbulent regime flow conditions were used (see Reynolds number subsection), which explains the discrepancy between the estimated and calculated values.

In this regard, it was necessary to develop calibration routines of the constants  $k_1$  and  $k_2$  of Equation 1. Applying the ordinary least squares method through the MatLab<sup>®</sup> optimization toolbox's lsqnonlin.m subroutine (The Mathworks Inc., 1990-2006) produced the values of  $k_1 = 10,628.67 (\pm 4,636.97)$  and  $k_2 = 3.44 (\pm 0.96)$ . When these calibrated parameters were used in Equation 1, a better estimate of the pressure drop in the packed bed (Figure 5) was obtained, with average

de acuerdo con la Figura 4, el modelo de Ergun en su formato original claramente subestimó las mediciones, con errores promedio de predicción del orden de 72.2 %.

En adición, la aplicación de rutinas de comparación de medias mediante el estadístico de Tukey ( $\alpha = 0.05$ ) mostró que, en tanto que a nivel experimental se registró una caída de presión promedio de 266.0 Pa, el modelo original de Ergun predijo un valor significativamente distinto de 72.0 Pa. Al someter los datos a rutinas de comparación de medias se obtuvo una diferencia mínima significativa honesta (DMSH) igual a 49.5 Pa (Cuadro 2), que resultó menor al error de predicción; lo que confirmó un desempeño pobre del modelo original para reproducir la información experimental. Esta situación fue congruente con el hecho de que la ecuación de Ergun, en su formato original, describe la región de flujo laminar y transicional en lechos de partículas empacadas (Bird et al., 2006). No obstante, en el presente trabajo se usaron condiciones de flujo en régimen turbulento (ver subsección de número de Reynolds), lo que explica la discrepancia entre los valores estimados y calculados.

En tal sentido, resultó necesario desarrollar rutinas de calibración de las constantes  $k_1$  y  $k_2$  de la Ecuación 1. La aplicación del enfoque de mínimos cuadrados no lineales ordinarios a través de la subrutina lsqnonlin.m del paquete de herramientas de optimización de MatLab<sup>®</sup> (The Mathworks Inc., 1990-2006) produjo los valores de  $k_1 = 10,628.67 (\pm 4,636.97)$  y  $k_2 = 3.44 (\pm 0.96)$ . Cuando estos parámetros calibrados se usaron en la Ecuación 1, se obtuvo una estimación mejor de la caída de presión en el lecho empacado (Figura 5), con valores promedio de 250.9

values of 250.9 Pa. Although this magnitude still differed by 29.8 % compared to the experimental data, applying the comparison of means routines with the calibrated Ergun equation achieved a pressure drop prediction that was statistically equal to the average value of 266.0 Pa obtained experimentally (Table 2). This finding was confirmed with a HSD value (49.5 Pa) higher than the prediction error. However, the discrepancy still observed suggests that there may be elements of the studied system that have not been taken into account, which is a common situation because usually any mathematical model can represent some characteristics of the phenomenon but not all (Vargas-Castañeda, Ibáñez-Castillo, & Arteaga-Ramírez, 2015).

Pa. Esta magnitud, aunque difirió aún en 29.8 % respecto de los datos experimentales, en la aplicación de rutinas de comparación de medias se observó que con la ecuación de Ergun calibrada se logró la predicción de la caída de presión que fue estadísticamente igual al valor promedio de 266.0 Pa obtenido en forma experimental (Cuadro 2). Este hecho se confirmó con un valor de DMSH (49.5 Pa) mayor al error de predicción. Sin embargo, la discrepancia que aún se observa sugiere que puede haber elementos del sistema estudiado que no se han tomado en cuenta, lo cual es una situación común, ya que por lo general cualquier modelo matemático puede representar algunas características del fenómeno pero no todas (Vargas-Castañeda, Ibáñez-Castillo, & Arteaga-Ramírez, 2015).

**Table 2. Evaluation of pressure drop in packed beds of spherical particles.**

**Cuadro 2. Evaluación de la caída de presión en lechos empacados de partículas esféricas.**

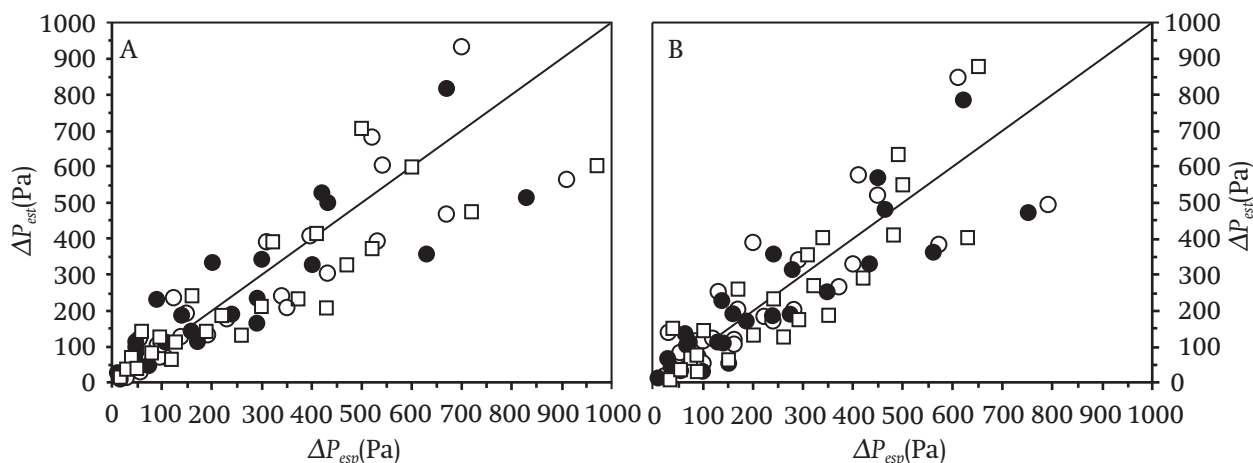
Method of evaluating pressure drop / Método de evaluación de la caída de presión	$\Delta P$ (Pa)	E (%)
Experimental	266.0 a	---
Prediction with original Ergun equation / Predicción con ecuación de Ergun original	71.7 b	72.2
Prediction with calibrated Ergun equation / Predicción con ecuación de Ergun calibrada	250.9 a	29.8
HSD / DMSH	49.5	---

Means with the same letters do not differ statistically. HSD: honest significant difference (Tukey,  $P \leq 0.05$ ).

DP: pressure drop and E: prediction error in relation to experimental data.

Medias con las mismas letras no difieren estadísticamente. DMSH: diferencia mínima significativa honesta (Tukey,  $P \leq 0.05$ ).

DP: caída de presión y E: error de predicción en relación a los datos experimentales.



**Figure 5. A 1:1 representation between the pressure drop data calculated with the calibrated Ergun equation and experimental data. Panels A and B correspond to the thermal conditions of 10 to 12 and 24 to 26 °C, respectively. The symbols ●, ○ and □ indicate different replications. The reference diagonal shows the condition of similarity between experimental and calculated data.**

**Figura 5. Representación 1:1 entre los datos de caída de presión calculados con la ecuación de Ergun calibrada y los datos experimentales. Los recuadros A y B corresponden a las condiciones térmicas de 10 a 12 y 24 a 26 °C, respectivamente. Los símbolos ●, ○ y □ indican distintas repeticiones. La diagonal de referencia muestra la condición de similitud entre datos experimentales y calculados.**

Additionally, the above results were verified using the differential evolution algorithm (Price, Storn, & Lampinen, 2005), which is considered a global optimization method known for its effectiveness

Adicionalmente, para verificar los resultados anteriores se usó el algoritmo de evolución diferencial (Price, Storn, & Lampinen, 2005), el cual es considerado como un método de optimización global conocido por su eficacia

and efficiency in solving multimodal problems. The values obtained were again  $k_1 = 10,628.67$  and  $k_2 = 3.44$ , which are the same as those obtained by ordinary least squares. This allows deducing that the estimate was correct. Therefore, the flow dynamics in the tubular system used as a cooling device behaves according to Equation 13, which is a calibrated Ergun equation:

$$\left[ \frac{\rho \Delta P}{G_0^2} \right] \left[ \left[ \frac{D_p}{L} \right] \left[ \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \right] \right] = 10628.67 \left[ \frac{1}{Re} \right] + 3.44 \quad (13)$$

However, based on Figure 5, as the pressure drop increased so did the discrepancy between the experimental and calculated data, which was more apparent from 400 Pa, so this value was considered to be the usefulness limit of the proposed model.

## Conclusions

The Ergun equation, in its original format, did not adequately estimate the pressure drop in a macroporous medium similar to a fruit and vegetable cooling system operating under turbulent flow conditions. For an adequate estimate, the characteristic parameters of the Ergun equation must be calibrated. Applying an ordinary least squares method is a useful alternative for calibrating the characteristic parameters of the Ergun equation. Due to the geometry of the packed objects in the cooling system, the results are applicable to fruit such as apples, oranges, peaches, lemons and plums, among others.

*End of English version*

## References / Referencias

- Alvarez, G., & Flick D. (2007). Modelling turbulent flow and heat transfer using macro-porous media approach used to predict cooling kinetics of stack of food products. *Journal of Food Engineering*, 80(2), 391-401. doi: 10.1016/j.jfoodeng.2005.12.052
- Alvarez, G., Bournet, P. E., & Flick D. (2003). Two-dimensional simulation of turbulent flow and transfer through stacked spheres. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(13), 2459-2469. doi: 10.1016/S0017-9310(02)00546-X
- Amanlou, Y., & Zomorodian, A. (2011). Evaluation of air flow resistance across a green fig bed for selecting an appropriate pressure drop prediction equation. *Food and Bioproducts Processing*, 89(2), 157-162. doi: 10.1016/j.fbp.2010.03.011
- Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2006). Fenómenos de Transporte. México: Limusa Wiley.

y eficiencia para resolver problemas multimodales. Los valores obtenidos fueron nuevamente  $k_1 = 10,628.67$  y  $k_2 = 3.44$ , que son los mismos que los obtenidos mediante mínimos cuadrados no lineales. Esto permite deducir que la calidad de la estimación fue correcta. Por tanto, la dinámica de flujo en el sistema tubular usado como dispositivo de enfriamiento se comporta de acuerdo con la Ecuación 13, que constituye una ecuación de Ergun calibrada:

$$\left[ \frac{\rho \Delta P}{G_0^2} \right] \left[ \left[ \frac{D_p}{L} \right] \left[ \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \right] \right] = 10628.67 \left[ \frac{1}{Re} \right] + 3.44 \quad (13)$$

No obstante, con base en la Figura 5, a medida que la caída de presión fue mayor se observó un incremento en la discrepancia entre datos experimentales y calculados. Esta situación fue más evidente a partir de 400 Pa, por lo que este valor se consideró el límite de utilidad del modelo propuesto.

## Conclusiones

La ecuación de Ergun, en su formato original, no estima adecuadamente la caída de presión en un medio macroporoso semejante a un sistema de enfriamiento de productos hortofrutícolas que opera en condiciones de flujo turbulento. Para una estimación adecuada, los parámetros característicos de la ecuación de Ergun deben ser calibrados. La aplicación de un método de cuadrados mínimos no lineales constituye una alternativa útil para realizar la calibración de los parámetros característicos de la ecuación de Ergun. Por la geometría de los objetos empacados en el sistema tipo enfriamiento, los resultados son aplicables a frutos como manzanas, naranjas, duraznos, limones y ciruelas, entre otros.

*Fin de la versión en español*

- Brosnan, T., & Sun D. W. (2001) Precooling techniques and applications for horticultural products-a review. *International Journal of Refrigeration*, 24(2), 154-170. doi: 10.1016/S0140-7007(00)00017-7
- Defraeye, T., Verboven, P., Opara, U. L., Nicolai, B., & Cronjé P. (2015). Feasibility of ambient loading of citrus fruit into refrigerated containers for cooling during marine transport. *Biosystems Engineering*, 134, 20-30. doi:10.1016/j.biosystemseng.2015.03.012
- Dehghannya, J., Ngadi, M., & Vigneault, C. (2010). Mathematical modeling procedures for airflow, heat and mass transfer during forced convection cooling of produce: a review. *Food Engineering Reviews*, 2(4), 227-243. doi: 10.1007/s12393-010-9027-z

- Delele, M. A., Tijsskens, E., Atalay, Y. T., Ho, Q. T., Ramon, H., Nicolai, B. M., & Verboven, P. (2008). Combined discrete element and CFD modelling of airflow through random stacking of horticultural products in vented boxes. *Journal of Food Engineering*, 89(1), 33-41. doi: 10.1016/j.jfoodeng.2008.03.026
- Ergun, S. (1952). Fluid flow through packed columns. *Chemical Engineering Progress*, 48, 89-94.
- Espinosa-Solares, T., Hernández-Montes, A., Bautista-Reyes, B., Cruz-Pioquinto, L., Santos-Moreno, A., & Valle-Guadarrama, S. (2014). Rendimiento de dos sistemas de mezclado en la producción de yogur batido. *Ingeniería Agrícola y Biosistemas*, 6(2), 61-75. doi: 10.5154/r.inagbi.2014.07.006
- Ferrua, M. J., & Singh, R. P. (2011). Improving the design and efficiency of the forced-air cooling process of fresh strawberries using computational modeling. *Procedia Food Science*, 1, 1239-1246. doi: 10.1016/j.profoo.2011.09.184
- Karimpour, K., Safdari, J., Mousavian, M. A., & Zadakbar, O. (2008). Study on Ergun equation at vacuum pressures for sodium fluoride adsorbents. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 41, 1096-1101.
- Kundu, P. K., Cohen, I. M., & Dowling, D. R. (2012). *Fluid Mechanics*. USA: Elsevier Inc.
- Matyka, M., Khalili, A., & Koza, Z. (2008). Tortuosity-porosity relation in the porous media flow. *Physical Review E*, 78, 026306.
- Price, K. V., Storn, R., Lampinen, J. A. (2005). *Differential evolution: a practical approach to global optimization*. Berlin: Springer-Verlag. doi: 10.1007/3-540-31306-0
- Statistical Analysis System (SAS Institute, Inc.). (1999). *SAS/STAT® User's Guide*, version 8. Cary, NC: Author.
- Seader, J. D., Henley, E. J., & Roper, D. K. (2011). *Separation Process Principles: Chemical and Biochemical Operations*. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- The Mathworks, Inc. (1990–2006). *Optimization toolbox for use with Matlab*. Nantick, MA, USA: The Mathworks, Inc.
- Thompson, J. F., Mitchell, F. G., & Kasmire, F. F. (2002). Cooling horticultural commodities. In A. A. Kader (Ed.), *Postharvest Technology of Horticultural Crops* (pp. 97-112). California, USA: University of California.
- Vargas-Castañeda, G., Ibáñez-Castillo, L. A., & Arteaga-Ramírez, R. (2015). Development, classification and trends in rainfall-runoff modeling. *Ingeniería Agrícola y Biosistemas*, 7(1), 5-21.