

MODELOS MATEMÁTICOS PARA ESTIMAR EL CRECIMIENTO DEL FRUTO DE CHILE MANZANO (*Capsicum pubescens* R y P)

P. C. Rojas-Lara¹; M. Pérez-Grajales²;
M. T. B. Colinas-León²; J. Sahagún-Castellanos²;
E. Avitia-García²

¹Academia de Biología. Universidad Autónoma de la Ciudad de México.
Plantel Centro Histórico. Fray Servando Teresa de Mier Núm. 92 y 99,
Col. Obrera. Delegación Cuauhtémoc. Tel. 5134-9804.

Correo-e: pablo.rojas@uacm.edu.mx (¹Autor responsable).

²Departamento de Fitotecnia. Universidad Autónoma Chapingo.
Km. 38.5 Carretera México-Texcoco. Chapingo, Estado de México, C. P. 56230. MÉXICO.
Correo-e: perezgm7@yahoo.com.mx

RESUMEN

El híbrido intervarietal de chile manzano (*Capsicum pubescens* R y P) Puebla x Zongolica es de alto rendimiento por su volumen, grosor de pericarpio y peso de fruto. El rendimiento se explica principalmente por el tamaño del fruto, siendo recomendable conocer la dinámica del crecimiento del mismo. Normalmente su análisis se realiza por medio de muestreos destructivos, lo que hace imposible utilizar el mismo fruto durante el ciclo de cultivo, además la competencia entre los órganos de la planta disminuye su tamaño y peso, afectando negativamente la calidad y rendimiento. Por lo cual el estudio del crecimiento a través de modelos matemáticos utilizando variables no destructivas permite proponer un manejo adecuado del cultivo. Por esta razón se propuso evaluar e identificar modelos matemáticos que describan el crecimiento del fruto, sin realizar muestreos destructivos. Se evaluaron los modelos: regresión lineal simple, regresión lineal múltiple y cuatro modelos no lineales. Con la hipótesis de que alguno de los seis modelos estudiados, explica eficientemente dicho crecimiento por medio de la variable independiente volumen de agua desplazada. Las plantas de chile se cultivaron bajo un sistema de producción intensivo, en 2004 y 2005. La variable dependiente fue el peso fresco de fruto y las variables independientes fueron: tiempo de crecimiento del fruto, longitud, ancho promedio de los hombros del fruto, volumen de agua desplazada y volumen del mismo. Se encontraron diferencias significativas entre las medias de las variables evaluadas en los dos periodos de muestreo ($P \leq 0.05$). Los modelos que mejor explican el crecimiento del fruto son: regresión lineal simple (sólo en el 2004) en función del volumen de agua desplazada y el volumen de fruto, el modelo de regresión lineal múltiple describe adecuadamente dicho crecimiento utilizando además de las variables anteriormente mencionadas, el tiempo de crecimiento, la longitud y el ancho promedio, tanto en el 2004 como en el 2005. Sin embargo, el monomolecular (en ambos periodos de muestreo) estima de una manera sencilla y precisa el peso fresco del fruto utilizando una sola variable no destructiva, ya sea, el volumen de agua desplazada o el volumen, por lo que este modelo es el más práctico para la descripción del crecimiento del fruto del chile manzano.

PALABRAS CLAVE ADICIONALES: regresión lineal simple, regresión lineal múltiple, modelo monomolecular, modelos no lineales.

MATHEMATICAL MODELS FOR ESTIMATING FRUIT GROWTH IN APPLE PEPPER (*Capsicum pubescens* R and P)

ABSTRACT

Apple pepper inter-varietal hybrid (*Capsicum pubescens* R y P) "Puebla x Zongolica" is high-yielding due to its volume, pericarp thickness, and fruit weight. Fruit yield is explained mainly by its size, and it is of interest to describe fruit growth dynamics. Fruit growth analysis generally has been based on destructive sampling since it is impossible to use the same fruit throughout the growing season. Competition among the different plant organs decrease fruit size and weight, negatively affecting fruit quality and yield. For these reasons, this study was conducted to assess and identify mathematical models that describe fruit growth without destructive sampling. Simple linear regression, multiple linear regression, and four non-linear models were tested. The hypothesis was that one of the six models efficiently explains fruit growth using the independent variable volume of displaced water. Chili plants were

cultivated under an intensive production system in 2004 and 2005. The dependent variable was fresh fruit weight and the independent variables were fruit growth time, and average fruit length and width at shoulder, volume of displaced water and fruit volume. Significant differences were found between the means of the evaluated variables in the two sampling periods ($P < 0.0$). The models that best explained fruit growth were simple linear regression (only in 2004) in function of volume of displaced water and fruit volume and the multiple linear regression model which adequately describes growth using, besides the above mentioned variables, growth time and average length and width, in both 2004 and 2005. However, the monomolecular method (in both sampling periods) estimates fresh fruit weight simply and precisely using a single non-destructive variable, either the volume of displaced water or volume, making this model the most practical for the description of fruit growth.

ADDITIONAL KEY WORDS: simple linear regression, multiple linear regression, monomolecular model, non linear models.

INTRODUCCIÓN

El sistema de producción intensivo del chile manzano (*Capsicum pubescens* R y P) bajo condiciones de invernadero, en México, emplea altas densidades de población (18,000 plantas·ha⁻¹) (Pérez *et al.*, 2004) y cuenta con variedades cuyos atributos son superiores a los de las variedades criollas. El híbrido intervarietal de chile manzano Puebla x Zongolica, generado por Pérez *et al.* (2004) tiene gran volumen (70 ml), grosor de pericarpio (0.52 cm) y rendimiento por planta (2687 g·planta⁻¹ por ciclo). La mayor demanda de este híbrido intervarietal es favorecida por el tamaño promedio de sus frutos, respecto a sus progenitores, más que por el número de frutos por planta. Es decir, el rendimiento del fruto se explica principalmente por su tamaño y peso, por tal motivo es de gran interés conocer las variables que explican el crecimiento del mismo. No obstante, en este cultivo hay problemas aún sin resolver: por ejemplo, la competencia entre el tallo, las hojas y las raíces de la planta por los fotoasimilados, así como el elevado número de frutos por planta disminuyen el tamaño y peso de los mismos, afectando negativamente su calidad y rendimiento. Por lo cual el estudio de su crecimiento a través de modelos matemáticos permite proponer un manejo adecuado del cultivo.

Para el análisis de crecimiento del fruto normalmente se realizan muestreos destructivos, por lo que no es posible utilizar el mismo fruto durante todo el periodo de producción; la descripción de procesos biológicos como el antes mencionado se puede efectuar por medio de un modelo matemático empleando variables no destructivas.

Montgomery (1991) propone que los modelos matemáticos son más concisos y menos ambiguos; esto, junto con la disponibilidad de reglas que se pueden usar mecánicamente, permite describir situaciones más complejas, con menos esfuerzo, y con menos riesgo de confusión. Frecuentemente, los métodos de regresión se utilizan para analizar datos que provienen de experimentos que no fueron diseñados o en donde no se puede tener control sobre la variabilidad.

Las funciones de regresión lineal simple y múltiple son adecuadas para modelar una amplia variedad de relaciones entre variables respuesta y variables predichas. El coeficiente

de determinación (R^2) se usa para juzgar la adecuación del modelo de regresión lineal simple y en la regresión lineal múltiple además se utiliza el coeficiente de colinealidad $C(p)$.

La regresión no lineal sirve para describir sistemas biológicos y físicos (Rebolledo, 1994). Ostle (1986) y Montgomery (1991), propusieron, que si el modelo lineal no es el adecuado, se debe considerar el ajuste de algún modelo no lineal. Para Rodríguez (1989) y, Graybill e Iyer (1994), los modelos que parecen ser no lineales pueden convertirse en lineales utilizando alguna transformación apropiada de la variable respuesta, las variables de predicción, los parámetros, o la combinación de éstos. Algunos modelos no lineales incluyen al logístico, exponencial, Michaelis-Menten y el monomolecular.

El modelo logístico puede expresar adecuadamente el crecimiento o desarrollo en función del tiempo, que se caracteriza por tener forma sigmoidal, un punto de inflexión y dos asíntotas, una superior y otra inferior (Calvo *et al.*, 1994). El modelo exponencial es válido para crecimientos o decrecimientos continuos en los que las condiciones son siempre favorables. El modelo de Michaelis-Menten se ha utilizado para describir el comportamiento de algunas poblaciones de insectos. El modelo monomolecular puede ser aplicado en agronomía, medicina y veterinaria, entre otras áreas.

Westwood (1982) y Ostle (1986) establecen que el crecimiento del fruto depende del incremento en volumen o peso, y que si se desea tener precisión en su determinación, se recomienda cuantificar el volumen de agua desplazada por el fruto, en tanto que, al diámetro lo consideraron una mala medida de crecimiento del fruto, ya que no hay una relación lineal con el volumen o el peso del mismo.

Tradicionalmente se tiene definido el largo y ancho como constantes del crecimiento de los frutos; el crecimiento del fruto puede determinarse con la técnica convencional, que consiste en medir el volumen de agua desplazada, o bien, mediante una ecuación matemática que permite estimar el volumen en cualquier etapa de su crecimiento (Guzmán *et al.*, 1996). El volumen del fruto se puede representar con pocos parámetros y facilita las comparaciones entre distintas situaciones suministrando un

estándar de comportamiento ideal con referencia al cual se puede juzgar y medir la realidad.

La hipótesis establecida en este estudio es que hay un modelo matemático que describe mejor el crecimiento del fruto de chile manzano y que el volumen de agua desplazada en una probeta cuando se sumerge el fruto es la variable de muestreo no destructivo de mayor utilidad para dicho modelo.

Se probaron seis modelos matemáticos (regresión lineal simple, regresión lineal múltiple, logístico, exponencial, Michaelis-Menten y el monomolecular) para analizar el crecimiento del fruto del chile manzano, sin hacer muestreos destructivos, con el propósito de identificar uno o varios de ellos que expliquen dicho crecimiento de manera similar a lo propuesto en durazno (*Prunus persica*, L. Batsh.) (Espinoza *et al.*, 1998) y en naranjo (*Citrus sinensis* var. Valencia Late) (Avanza *et al.*, 2004). Donde los autores usaron variables explicativas como el largo, ancho a la altura de los hombros del fruto, volumen, volumen de agua desplazada y peso fresco del fruto.

MATERIALES Y MÉTODOS

En el presente estudio, se utilizaron plantas del híbrido intervarietal Puebla x Zongolica que fueron cultivadas en condiciones de invernadero en Chapingo, Estado de México. Se usó el sistema de producción intensivo propuesto por Pérez y Castro (1998) que incluye la fertirrigación con la solución nutritiva universal de Steiner, reducción del nivel de irradiación a 60 %, temperatura promedio entre 18 y 20 °C, cultivo de las plantas en bolsas de polietileno blanco de 40 x 45 cm con tezontle rojo como sustrato y separación entre plantas de 50 cm, 160 cm entre hileras y entutorado.

El estudio del crecimiento del fruto se llevó a cabo en dos años (2004 y 2005). En el 2004 se utilizaron 245 plantas como población total y se evaluó el crecimiento de una muestra de 11 frutos (uno por planta), seleccionados al azar, de la población total; de cada uno de ellos se registró: el tiempo de crecimiento del fruto (T; días) que consistió en contar el número de días que transcurrieron desde que el fruto fue visible hasta que fue comercialmente maduro; longitud o largo del fruto (LON; cm); el ancho de los hombros del fruto en dos secciones perpendiculares: el ancho uno (A1) y ancho dos (A2), obteniendo posteriormente su promedio (AP; cm); volumen del fruto (VOL, cm³) resultado del producto de largo por el ancho uno por el ancho dos; volumen de agua desplazada al sumergir el fruto en una probeta con agua (VAD; ml) y peso fresco (PF; g). Esto se realizó del 10 de octubre al 6 de diciembre del 2004 con mediciones cada semana en total fueron 108 días, las plantas alcanzaron una altura promedio de 1.50 m. La longitud, ancho uno y ancho dos, se midieron con un vernier digital Surtek. El peso fresco se obtuvo con una báscula digital Ohaus Scout 600 g x 0.1 g y el volumen de agua

desplazada se midió con probetas graduadas de 25, 100, 500 y 1,000 ml dependiendo del volumen del fruto, ya que, frutos recién formados tenían un volumen menor que los frutos comercialmente maduros; las variables se midieron sin desprender el fruto de la planta, para el PF se acercó la báscula y para el volumen de agua desplazada por el fruto se sumergía al acercar también la probeta con agua.

Con los datos obtenidos de los frutos comercialmente maduros, se calculó el promedio, la varianza, la desviación estándar, el error estándar y el coeficiente de variación del largo, ancho promedio, volumen, volumen de agua desplazada y el peso fresco; también se calculó la correlación entre cada par de variables, mencionadas anteriormente.

Para generar los modelos matemáticos del crecimiento del fruto se consideró como variable dependiente el peso fresco y como variables independientes: el tiempo de crecimiento del fruto, longitud; ancho promedio, volumen del fruto y volumen de agua desplazada por el fruto. Como el propósito fue evitar los muestreos destructivos de los frutos éstos se etiquetaron para identificarlos, se midieron las variables a lo largo de los muestreos, sin ser desprendidos de la planta.

Se estudiaron los modelos regresión lineal simple (RLS), regresión lineal múltiple (RLM) y los no lineales: exponencial, logístico, Michaelis-Menten y monomolecular. Para la evaluación de los modelos se consideraron: el coeficiente de determinación (R^2) mayor a 0.80, la prueba de bondad de ajuste (PBA; X^2) con el valor más pequeño de X^2 y el cuadrado medio del error (CME) más pequeño; y además para la regresión lineal múltiple, el coeficiente de colinealidad C(p) más pequeño de acuerdo con lo propuesto por Álvarez y Boche (1999), Espinoza *et al.* (1998), Pérez *et al.* (2004), Hernández-López *et al.* (2004) y Avanza *et al.* (2004). Para obtener estos parámetros se empleó el paquete estadístico SAS versión 8.0. En los modelos de la regresión lineal múltiple se aplicó el procedimiento de selección de variables con máximo incremento de R^2 (MAXR) y para los no lineales la opción NLIN. En todos los modelos se consideró como la variable dependiente el peso fresco (PF) y como variables independientes el tiempo de crecimiento del fruto, longitud, ancho promedio, volumen de agua desplazada y volumen de fruto.

El segundo muestreo fue del 14 de marzo al 21 de junio del 2005 que en total fueron 101 días de seguimiento del crecimiento de los frutos de la muestra, se utilizó la misma población de plantas con mediciones cada semana; para este periodo las plantas tenían un año de vida y una altura mayor de dos metros; se tomaron 25 frutos de manera aleatoria de 25 plantas en tres estratos: cinco frutos del estrato inferior, doce frutos del estrato medio y ocho frutos del estrato superior, debido a que la mayor producción de frutos se localizaba en el estrato medio. Los modelos y las variables evaluadas fueron los mismos que en 2004.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los promedios de las variables evaluadas en 2004 (Cuadro 1) resultaron mayores a los obtenidos en 2005 ($P \leq 0.05$). En 2004 las plantas fueron un año más jóvenes que en 2005 y la producción estaba concentrada en el estrato inferior, ya que la altura de las plantas al iniciar la formación de frutos fue en promedio de 80 cm. Pérez *et al.* (2004) encontraron que el híbrido intervarietal Puebla x Zongolica alcanza un primer pico de producción en el estrato inferior entre 154 y 185 días después de la siembra (DDS), y vuelve a elevarse a los 246 DDS concentrándose en los estratos medio y superior, que corresponden al primero y segundo año de muestreo de este estudio, respectivamente.

La variabilidad en 2005 fue mayor a 2004 debido al tamaño de la muestra como lo indican los coeficientes de variación de las variables longitud, ancho promedio, volumen del fruto, volumen de agua desplazada y el peso fresco del fruto, la producción se concentró en los estratos medio y superior (Cuadro 1). Se encontraron diferencias significativas ($P \leq 0.05$) entre las medias de los dos periodos de muestreo de acuerdo con la prueba de "t".

Las variables que tuvieron alta asociación ($r \geq 0.90$) con el peso fresco del fruto (Cuadro 1) fueron, el ancho promedio (2005), volumen del fruto (2004 y 2005) y el volumen de agua desplazada (2004 y 2005). Pérez *et al.* (2004) obtuvieron resultados similares en chile manzano entre el volumen y el peso individual del fruto, y consideraron al tamaño del fruto como el componente más importante del rendimiento. Por su parte, Guzmán *et al.* (1996) consideraron que el crecimiento del fruto del mango (*Mangifera indica* L.) puede determinarse con la técnica convencional basada en el volumen de agua desplazada por el fruto, estimando su crecimiento por medio de una ecuación matemática que involucra las variables que tienen mayor correlación con el peso fresco del fruto y producen mayor precisión en los modelos matemáticos.

Entre las variables que tuvieron alta correlación (Cuadro 1), el AP y PF obtuvieron los valores más altos del coeficiente de determinación ($R^2 \geq 0.87$), para estimar el PF de los frutos usando los modelos regresión lineal simple, exponencial y logístico (Cuadro 2) en 2005. De la prueba de bondad de ajuste, se obtuvo que la X^2 es mayor con respecto a los modelos obtenidos para estimar el PF mediante VOL y VAD, esto indica menor precisión en la estimación del PF del fruto. Avanza *et al.* (2004), estimaron el crecimiento del fruto del naranjo dulce por medio del diámetro ecuatorial en función del tiempo con el modelo logístico y Hernández-López *et al.* (2004) reportaron que para estimar el crecimiento de los pinos (*Pinus patula*, var. *longipedunculata*; *P. pseudostrobus* y *P. ayacahuite*) el diámetro es el que da mejor ajuste para las tres especies con el modelo monomolecular. De igual manera, Álvarez y Bosch (1999) encontraron que el crecimiento de los frutos del nectarín tardío (*Prunus persica* L. Batsh. cv. Sun Grand) con los dos diámetros ecuatoriales perpendiculares, se estima adecuadamente por el modelo monomolecular; resultados similares obtuvieron Ortega-Farías *et al.* (2002) con el diámetro de las bayas de vid para vino (*Vitis vinifera* cv. Cabernet Sauvignon y Chardonnay).

Las variables VAD y VOL como predictores del PF tuvieron alto coeficiente de determinación, menor X^2 y menor CME en 2005 (Cuadro 2), según los modelos regresión lineal simple y monomolecular; de éstos, el monomolecular fue el más preciso (Cuadro 3). Por otra parte, los modelos de regresión lineal simple y monomolecular para el 2004 el coeficiente de determinación fue más bajo, aunque la X^2 y CME fueron más altos con respecto al 2005 (Cuadros 2 y 3). En cambio, Castro-Brindis *et al.* (2004), encontraron que en tomate de cáscara (*Physalis ixocarpa*, Brot.) y en pasto ballico (*Lolium perenne* L.), el modelo logístico es útil para estimar el crecimiento de estas especies. De igual manera a lo obtenido en 2005 en este estudio, Espinoza *et al.* (1998) concluyen que el modelo de regresión lineal simple estima satisfactoriamente la materia fresca con base en el volumen

CUADRO 1. Estadística descriptiva de frutos comercialmente maduros en plantas de chile manzano y la matriz parcial de correlación en el estudio del crecimiento durante 108 días en 2004 y 101 días en 2005. Chapingo, Estado de México.

	LON (cm) ²		AP (cm)		VOL (ml)		VAD (ml)		PF (g)	
	2004	2005	2004	2005	2004	2005	2004	2005	2004	2005
X	6.4	5.1	4.8	4.1	150.4	89.0	53.6	34.9	56.4	32.7
² S ²	1.3	1.1	0.2	0.6	1,976.0	1,843.0	380.4	259.0	169.7	212.8
S	1.2	1.1	0.4	0.8	44.4	43.0	19.5	16.1	13.0	14.6
ES	0.3	0.2	0.1	0.2	13.4	8.6	5.9	3.2	3.9	2.9
C V (%)	18.0	21.0	9.2	18.6	29.5	48.0	36.4	46.0	23.1	44.7
"t" y	3.42*	2.75*	3.91*	3.02*	4.63*					
AP ^x			-	-	0.92*	0.92*	0.81*	0.92*	0.82*	0.93*
VOL					-	-	0.85*	0.96*	0.91*	0.98*
VAD							-	-	0.92*	0.99*

²S²: varianza; S: desviación estándar; ES: error estándar; C.V.: coeficiente de variación (%); PF: peso fresco de fruto; LON: longitud; AP: ancho promedio; VOL: volumen; VAD: volumen de agua desplazada.

^yt: estadístico de prueba para muestras independientes a una $P \leq 0.05$.

*Matriz parcial de correlación ($r \geq 0.90$).

*Significativo a una $P \leq 0.05$.

CUADRO 2. Mejores modelos matemáticos para determinar el peso fresco (PF) de frutos de chile manzano en un sistema de producción intensivo en invernadero durante dos periodos de muestreo (2004 y 2005). Chapingo, Estado de México.

Variables	Modelo	R ²		X ²		CME	
		2004	2005	2004	2005	2004	2005
PF vs AP ^y	RLS ^x	0.78	0.87	289*	250 ^{NS}	91*	29.40 ^{NS}
	EXP	0.79	0.90	350*	240 ^{NS}	85*	0.21 ^{NS}
	LOG	0.77	0.94	440*	142 ^{NS}	315*	0.16 ^{NS}
PF vs VAD	RLS	0.84	0.97	181 ^{NS}	68 ^{NS}	65.00 ^{NS}	6.50 ^{NS}
	MONO	0.81	0.92	112 ^{NS}	66 ^{NS}	0.03 ^{NS}	0.01 ^{NS}
PF vs VOLRLM	RLS	0.83	0.97	132 ^{NS}	82 ^{NS}	71.00 ^{NS}	7.27 ^{NS}
	MONO	0.83	0.93	146 ^{NS}	63 ^{NS}	0.02 ^{NS}	0.01 ^{NS}
	RLM	0.92	0.99	57 ^{NS}	23 ^{NS}	34.00 ^{NS}	2.29 ^{NS}

^xR²: coeficiente de determinación; X²: Ji cuadrada de la prueba de bondad de ajuste; CME: cuadrado medio del error del modelo.

^yPF: peso fresco (cm); AP: ancho promedio (cm); VAD: volumen de agua desplazada (ml); VOL: volumen de fruto (cm³).

*RLS: regresión lineal simple; EXP: exponencial; LOG: logístico; MONO: monomolecular; RLM: regresión lineal múltiple.

^{NS}, * : no significativo y significativo a una P≤0.05, respectivamente.

de los frutos de durazno; así también Pérez *et al.* (2004) utilizaron el volumen del fruto y el volumen de agua desplazada en la RLS estimando adecuadamente el crecimiento de los frutos del chile manzano. Al igual que en este estudio, Avanza *et al.* (2004) en *Citrus sinensis* var. Valencia Late, encontraron que el modelo monomolecular fue el que mejor estimó el crecimiento de los frutos y en *P. patula* var. longipedunculata y en *P. rudis*, el mejor ajuste para estimar el crecimiento de los árboles fue este mismo modelo de acuerdo Hernández-López, *et al.* (2004).

La estimación de la variable dependiente peso fresco del fruto (PF) con el modelo de regresión lineal múltiple en ambos muestreos tuvo coeficientes de determinación altos (R²≥0.90) y la X² y el CME fueron pequeños lo que indica que éste es un buen modelo para estimar el PF (Cuadro 2). En 2004 se estimó el PF por medio de las variables independientes: tiempo de crecimiento del fruto, longitud, volumen de fruto y volumen de agua desplazada por el fruto (Cuadro 3); el índice de colinealidad C(p) fue de 4.67, que muestra que no hay asociación entre estas variables dentro del modelo. En 2005, se estimó la variable dependiente PF en el modelo de regresión lineal múltiple por medio de las variables independientes: tiempo de crecimiento del fruto, longitud, ancho promedio, volumen de fruto y volumen de agua despla-

zada por el fruto (Cuadro 3), y el C(p) fue de 6.0 un poco mayor que en el modelo obtenido en 2004, sin embargo, también indica baja asociación entre las variables independientes en el modelo.

El modelo monomolecular fue el que mejor estimó el PF en ambos años de muestreo mediante el VAD, así como en el 2005 por medio de la variable VOL. Los modelos monomoleculares propuestos, permitieron hacer estimaciones precisas del PF, debido a que tuvieron un coeficiente de determinación mayor a 0.90, la prueba de bondad de ajuste mostró el valor de X² no significativa y el menor CME. Permitiendo estimar el PF con un modelo sencillo y preciso al usar cualquiera de dos variables no destructivas, el VAD y el VOL.

En 2005 la regresión lineal simple y el monomolecular explicaron adecuadamente el PF mediante el VOL y VAD, para los dos años de muestreo el modelo de regresión lineal múltiple fue el que predijo adecuadamente el PF (Cuadro 3). La diferencia entre los resultados obtenidos se explica porque hubo mayor variabilidad entre las características evaluadas de los frutos en el 2005, además como lo mencionan Pérez *et al.* (2004), los frutos del estrato inferior tienen mayor asimilación de fotosintatos y menor competencia, debido al que hay menor amarre de frutos.

CUADRO 3. Parámetros de los Modelos que mejor estiman el crecimiento del fruto de chile manzano, con el peso fresco como variable respuesta durante dos periodos de muestreo (2004 y 2005). Chapingo, Estado de México.

Modelo	Parámetros para estimar el peso fresco	
	2004	2005
RLS		^z PF= 0.1053 + 0.9085VADPF= 0.961 + 0.354VOL
MONO	PF=137.6(1-EXP(-0.00874VAD))	PF=1067.5(1-EXP (-0.00087VAD))PF=248.4(1-EXP(-0.00159VOL))
RLM	PF= -4.52013 + (0.13243T)+ (1.46977LON) + (0.09945VOL) + (0.39396VAD)	PF= -0.22644 + (0.01631T)- (0.7345LON) + (0.98452AP)+ (0.1781VOL) + (0.43946VAD)

^zPF: peso fresco del fruto (g); VAD: volumen de agua desplazada por el fruto (ml); VOL: volumen de fruto (cm³); T: tiempo de crecimiento del fruto (días); LON: longitud del fruto (cm); AP: ancho promedio (cm); EXP=e: base del logaritmo natural; RLS: regresión lineal simple; MONO: monomolecular; RLM: regresión lineal múltiple.

*Significativo a una P≤0.05.

El modelo monomolecular estimó con mayor precisión el PF, ya que tuvo los CMEs más pequeños para las variables independientes VAD y VOL (Cuadro 2). Como lo mencionan Espinoza *et al.* (1998) y, Avanza *et al.* (2004), es importante que los modelos de estimación sean sencillos, lineales (con variables y regresores lineales) y simples (de una sola variable independiente) y considerando que el tamaño de los frutos son de fundamental importancia para la predicción de los volúmenes de producción.

CONCLUSIÓN

Los modelos matemáticos que mejor describen el crecimiento del fruto de chile manzano, sin realizar muestreos destructivos son: el de regresión lineal simple, el de regresión lineal múltiple y el monomolecular, descartando los modelos exponencial, logístico y Michaelis-Menten, pues obtuvieron valores bajos del coeficiente de determinación empleando cualquier variable independiente propuesta.

El modelo de regresión lineal simple emplea las variables independientes no destructivas volumen de agua desplazada en una probeta por el fruto o el volumen del mismo, para predecir su crecimiento, en el año 2005 cuando las plantas tenían una altura mayor a dos metros. Este modelo es el menos adecuado de los tres propuestos debido a que los valores de la prueba de bondad de ajuste y los cuadrados medios del error fueron los más altos.

El modelo de regresión lineal múltiple obtuvo los valores más altos del coeficiente de determinación, los valores más bajos de la prueba de bondad de ajuste, así como del coeficiente de colinealidad, aunque los cuadrados medios del error no fueron los más pequeños. Por lo cual, es apropiado para representar el crecimiento del fruto de chile manzano en ambos años de muestreo. Sin embargo, su predicción requiere el uso de más de dos variables independientes no destructivas, siendo poco práctico.

El modelo monomolecular utiliza sólo una variable independiente no destructiva, ya sea el volumen de agua desplazada en una probeta por el fruto o su volumen, por tal motivo hace que este modelo sea de fácil manejo. El coeficiente de determinación fue alto, la prueba de bondad de ajuste fue baja y además tiene mayor precisión en la estimación del peso fresco de fruto debido a que, los valores del cuadrado medio del error fueron los más bajos.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma Chapingo, por permitir realizar mis estudios de Doctorado en Ciencias en Horticultura.

Al CONACYT por la beca 185161 recibida durante los estudios del doctorado.

LITERATURACITADA

- ÁLVAREZ, A.; BOCHE, S. 1999. Modelos matemáticos para describir crecimientos doble sigmoideos en frutos de un nectarín tardío (cv. Sun Grand). Universidad Nacional del Comahue. Agro Sur 27(1): 21-28.
- AVANZA, M. M.; GIMÉNEZ, L.; MAZZA, S. M.; RODRÍGUEZ, V. A. 2004. Descripción del crecimiento de frutos de naranjo dulce mediante el uso de modelos no lineales. Comunicaciones Científicas y Tecnológicas. Universidad Nacional del Nordeste, Argentina, 4 p.
- CALVO, H. R. M.; GONZÁLEZ, A. J. L.; PÉREZ, B. S. 1994. Manual de Modelos no Lineales en los Ámbitos Agronómico, Ganadero y Forestal. Ed. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. Madrid, España. 110 p.
- CASTRO-BRINDIS, R.; GALVIS-SPINDOLA, A.; SÁNCHEZ-GARCÍA, P.; PEÑA-LOMELÍ, A.; SANDOVAL-VILLA, M.; ALCANTAR-GONZÁLEZ, G. 2004. Demanda de nitrógeno en tomate de cáscara (*Physalis ixocarpa*, Brot.). Revista Chapingo serie Horticultura 10(2): 147-152.
- ESPINOZA-ESPINOZA, J. R.; ORTIZ-CERECERES, J.; MENDOZA-CASTILLO, MA. DEL C.; VILLASEÑOR-ALVA, J. A.; VILLEGAS-MONTER, A.; PEÑA-VALDIVIA, C.; ALMAGUER-VARGAS, G. 1998. Modelos de regresión para la estimación del peso fresco y seco de ramas de duraznero (*Prunus persica*, L. Batsh.). Revista Chapingo. Serie horticultura 4(2): 125-131.
- GRAYBILL, F. A.; IYER, H. K. 1994. Regression Analysis. Concepts and Applications. Ed. Duxbury Press. USA. 695 p.
- GUZMÁN, E. C.; ALCALDE, B. S.; MOSQUEDA, V. R.; MARTÍNEZ, G. A. 1996. Ecuación para estimar el volumen y dinámica de crecimiento del fruto de mango cv. Manila. Agronomía Tropical 46(4): 395-412.
- HERNÁNDEZ-LÓPEZ, I.; FLORES-LÓPEZ C.; VALENCIA-MANZO, S.; CORNEJO-OVIEDO, E. H. 2004. Crecimiento de tres especies de pino en una plantación establecida en Santiago Comaltepec, Ixtlán, Oaxaca. In: Resultados de Proyectos de Investigación. UAAAN. Buenavista, Saltillo, Coahuila. ISBN 968-844-032-9. 7 p.
- MONTGOMERY, D. C. 1991. Diseño y Análisis de Experimentos. Ed. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 589 p.
- ORTEGA-FARIAS, S. O.; LOZANO, P.; MORENO, Y. 2002. Desarrollo de modelos predictivos de fenología y evolución de madurez en vid para vino cv. Cabernet Sauvignon y Chardonnay. Agricultura Técnica 62(1): 27-37
- OSTLE, B. 1986. Estadística aplicada. Ed. LIMUSA. México, D. F. 217 p.
- PÉREZ, G., M.; CASTRO B., R. 1998. Guía técnica para la producción intensiva de chile manzano. Boletín de divulgación Núm. 1. Programa Nacional de Investigación en Olericultura. Departamento de Fitotecnia. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 17 p.
- PÉREZ, G. M.; GONZÁLEZ, H. V. A.; PEÑA, L. A.; MENDOZA, M. C.; PEÑA, V. C. C.; SAHAGÚN, C. J. 2004. Physiological characterization of manzano hot pepper (*Capsicum pubescens* R y P) landraces. J. of the Ameri. Soc. for Hort. Sc. 129 (1): 88-92.
- REBOLLEDO, R. H. H. 1994. SAS en Microcomputadoras. Análisis de experimentos con fines de optimización de insumos agrícolas. Ed. Universidad Autónoma Chapingo Departamento de Suelos. Área de fertilidad. 92 p.
- RODRIGUEZ, A. J. 1989. Modelos Matemáticos Aplicados a la Agricultura. Ed. CIDH-CAADES, Serie Libros Técnicos. Texcoco, Estado de México. 84 p.
- WESTWOOD, M. N. 1982. Fruticultura de zonas templadas. Ed. Mundi Prensa, Madrid, España. 461 p.