

COMPLEJIDAD DE LOS PRECIOS NACIONALES DE PRODUCTOS HORTÍCOLAS E ÍNDICES ECONÓMICOS MENSUALES

R. D. Valdez-Cepeda

Centro Regional Universitario Centro Norte. Universidad Autónoma Chapingo Apdo. Postal 196. CP 98001 Zacatecas, Zac. México.

E-mail: vacrida@hotmail.com

RESUMEN

Las series históricas de los precios mensuales de los productos agrícolas, índices nacionales de precios para el consumidor y el productor, y las tasas de cambio entre pesos mexicanos y dólares estadounidenses pueden ser caracterizados por la dimensión fractal estadística D , estimada mediante la pendiente de los variogramas geoestadísticos a escala log-log, suponiendo que las relaciones entre las varianzas promedio y los incrementos de tiempo son descritas por una ley potencial. Este supuesto corresponde al concepto de autoafinidad. La D es un indicador de la predecibilidad: valores de 1 a 1.5 indican que es factible hacer predicciones de valores de la serie en estudio, mientras que valores >1.5 hasta 2 indican un comportamiento sumamente errático y que los valores son impredecibles. Las series de precios mensuales de ajo blanco, cebolla bola, col media, durazno amarillo y frijol flor de mayo tienen varianza finita, mientras que el resto de variables tienen varianza infinita *a priori*. La serie del precio mensual de ajo es descrita por una $D = 1.46 \pm 0.179$, lo cual significa que su comportamiento es muy parecido al de la función fractal de movimiento Browniano. Valores de $D > 1.5$ se asocian a las series de precios de chile ancho seco y guayaba ($D = 1.542 \pm 0.069$, $D = 1.692 \pm 0.157$, respectivamente), así que esas distribuciones son caóticas porque en ellas un incremento positivo es seguido por uno negativo y *viceversa*, a grado tal que la variación de corto plazo es la dominante. Las series de precios mensuales de otros productos, índices nacionales de precios mensuales para el consumidor y el productor, y tasas de cambio (pesos mexicanos por dólar estadounidense) a fin de mes y promedio mensual son descritas por $D_s < 1.5$; por lo tanto, las variaciones de largo plazo o tendencias son las persistentes. Especialmente, los valores de D para los índices nacionales de precios no son diferentes de los valores de dimensión topológica de las líneas. Todas las series son complejas, con la excepción de las de los índices nacionales de precios para el consumidor y el productor. Los precios mensuales de chile ancho seco, guayaba y durazno amarillo son prácticamente impredecibles.

PALABRAS CLAVE: Autoafinidad; dimensión fractal estadística; series de tiempo financieras.

COMPLEXITY OF DOMESTIC PRICES OF HORTICULTURAL PRODUCTS AND MONTHLY ECONOMIC INDEXES

SUMMARY

One-dimensional profiles of agricultural product prices, domestic price indexes for consumers and producers, and exchange rates of Mexican pesos per US dollar can be characterized by the statistical fractal dimension D , estimated through the slopes of the log-log geostatistical variograms, assuming that the relationships between the average variances and time increments are described by a power law. This assumption corresponds to the concept of self-affinity. D values between 1 and 1.5 indicate predictability, while D values from >1.5 to 2 indicate chaotic behavior and unpredictability. Monthly price series of white garlic, 'bola' onion, medium-size cabbage, yellow peach and 'Flor de Mayo' beans show finite variance, while the other variables showed infinite *a priori* variance. The white garlic price series is described by $D=1.46\pm0.179$, with a behavior similar to the Brownian motion fractal function. $D<1.5$ values are associated with the monthly price series for dry 'ancho' chili and guava ($D=1.542\pm0.069$, $D=1.692\pm0.157$, respectively). These distributions are chaotic because a positive increase is followed by a negative one and *viceversa*, to such a degree that the short-term variation is dominant. Monthly price series of other products, monthly domestic price indexes for consumer and producer, and exchange rates (Mexican pesos per US dollar) at the end of the month and monthly averages are described by $D_s<1.5$. Therefore, the long-term variations or trends are persistent. D values for domestic price indexes, especially, are not different from the topological dimension value for lines. Except for domestic price indexes, all the one-dimensional profiles showed some degree of complexity. The monthly price series of dry 'ancho' chili, guava and yellow peach have a higher degree of unpredictability.

KEY WORDS: Auto-affinity, statistical fractal dimension, financial time series.

INTRODUCCIÓN

En registros de precios se ha evidenciado la imposibilidad de distinguir los diarios de los mensuales, cuando los ejes no se etiquetan (Evertzs, 1995; Valdez-Cepeda y Solano-Herrera, 1999). Este fenómeno se conoce como "invarianza en escala", el cual es comúnmente estudiado en geología, geofísica y ciencias de la tierra. La invarianza en escala afecta la toma de decisiones en los mercados de capital o financieros, y de bienes y servicios, puesto que la invarianza en escala es una manifestación obvia de complejidad (Çambel, 1993) y, por lo tanto, puede ser de gran utilidad para comparar la complejidad de diversos conjuntos de datos de precios, en los cuales la información está ordenada en secuencias o series de tiempo; de manera que su interpretación puede estar jugando un papel importante en la determinación de la presencia de caos. Una técnica para describir la complejidad y/o la presencia de caos en series de precios, es la denominada "series de tiempo fractales". Esta técnica se desarrolló dentro de la teoría de la geometría fractal.

La geometría fractal es una herramienta matemática desarrollada para estudiar los sistemas complejos invariantes en escala. Los sistemas invariantes en escala se caracterizan generalmente por una dimensión cuyo valor no es un entero, en otras palabras, su dimensión es fraccionaria o "fractal". Dichos sistemas, entonces, se caracterizan por ser caóticos, pues su dimensión es fractal.

El concepto central en la geometría fractal es el de autosimilitud (Mandelbrot, 1982) o autoafinidad. Un sistema es fractal autosimilar si una pequeña parte de él se magnifica isotrópicamente hasta el tamaño del original y ambos lucen prácticamente igual (Bunde y Havlin, 1994). Mientras que los fractales que son invariantes únicamente al magnificarlos anisotrópicamente se denominan fractales autoafines (Bunde y Havlin, 1994). La ocurrencia de fractales autosimilares y autoafines no se limita a estructuras en el espacio real. Al considerar el desplazamiento $Z(t)$ de un proceso unidimensional en función del tiempo t , la abscisa es el eje del tiempo y la ordenada es el desplazamiento; así pues, la representación gráfica de $Z(t)$ puede ser reconocida como un sistema autoafín. Por consiguiente, su dimensión fractal debería ser de al menos uno y no exceder el valor de dos. El exceso sobre uno indica el grado de complejidad de las líneas (Zeide, 1993) o curvas, incluyendo aquellas de longitud nula, es decir, conjuntos de puntos. Un valor de entre 1.5 y 2 es una señal clara de que el sistema podría ocupar el espacio completo de una superficie (dimensión topológica $d = 2$) y que, entonces, la correlación entre los incrementos es negativa, así como que la curva oscila erráticamente (Peitgen *et al.*, 1992). En otras palabras, los valores grandes de dimensión fractal indican la importancia o predominancia de la variación de corto plazo, mientras que valores pequeños reflejan la importancia o persistencia de la variación de largo plazo o tendencia(s) (Burrough, 1983; Eghball y Power, 1995; Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998).

En este artículo, las series de precios mensuales de los productos hortícolas, índices económicos y tasas de cambio (pesos mexicanos por dólar estadounidense) se presentan como fractales autoafines con los objetivos de describir su complejidad y compararlas entre sí, mediante sus valores de dimensión fractal (Eghball y Power, 1995).

Las estructuras o sistemas autoafines son frecuentemente caracterizados por la irregularidad, la cual se define como la fluctuación sobre una cierta escala longitudinal. En los sistemas autoafines, la irregularidad cambia con la magnitud lineal de la superficie en atención a un exponente denominado 'exponente de Hurst'. Sin embargo, dicho exponente proporciona poca información sobre la distribución de las diferencias de un punto a otro u otros (Evertzs y Berkner, 1995). Aunque es un hecho el que el exponente de Hurst y la dimensión fractal miden qué tanto se desvía una curva fractal de la función que se usa para aproximarse a ella (Moreira *et al.*, 1994). Ciertamente, el análisis cuantitativo de la autoafinidad involucra la medición de relaciones de escala entre las varianzas promedio (Ecuación 1) estimadas para diferentes intervalos de tiempo al usar los variogramas geoestadísticos.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} n(h) \sum_{i=1}^{n(h)} [Z(t_{ih}) - Z(t_i + h)]^2 \quad (1)$$

donde $\gamma(h)$ es la varianza promedio estimada, $Z(t_i)$ y $Z(t_{i+h})$ son los valores de los precios de los productos hortícolas o de los índices económicos separados por h meses, y $n(h)$ es el número de pares o diferencias para cada intervalo de tiempo h .

Generalmente, el variograma es limitado por la varianza de la variable (Journel y Huijbregts, 1978) llamada, en términos geoestadísticos, umbral. Sin embargo, en las distribuciones fractales, el variograma no se ve precisamente limitado por el umbral, puesto que las varianzas son descritas por una ley potencial (Hewett y Beherens, 1988; citados por Kembrowski y Chang, 1993).

$$\gamma(h) \propto \gamma_1 h^{2H} \quad (2)$$

donde γ_1 es la varianza cuando $h = 1$ y H es la codimensión fractal, la cual es igual a la diferencia entre la dimensión Euclidiana, en la que la dimensión fractal de la distribución del caso se describe, y la dimensión fractal de la distribución del caso. Por consiguiente, la distribución de precios de cada producto y/o valores de los índices económicos está dada por

$$H = 2 - D \quad (3)$$

puesto que dichas distribuciones se describen en un espacio bidimensional (plano). Particularmente, se ha demostrado la relación $D = 2 - H$ para sistemas fractales autoafines (Moreira *et al.*, 1994).

Las distribuciones cuyos variogramas son descritos por una función potencial (Ecuación 2) son auto afines estadísticamente, porque sus variaciones, sobre cualquier escala rh , pueden ser expresadas en términos de las variaciones sobre una escala h por

$$\gamma(rh) \propto \gamma(h)r^{2H} \quad (4)$$

donde r es un factor de escala.

Así, para las distribuciones fractales, la varianza a cualquier escala puede ser definida por la varianza estimada a cualquier otra escala; ello implica que las varianzas de las distribuciones fractales son independientes de la escala. Además, el variograma puede ser considerado como una función Weierstrass (FW) y, entonces, el variograma tiene un comportamiento de escala con diferentes proporciones. Se ha demostrado que la irregularidad está estrechamente relacionada con la dimensión fractal D de curvas o conjuntos de puntos no diferenciables (sobre los que no se puede trazar una tangente), es decir, de funciones sin solución o sin segunda derivada.

Las estimaciones de D para FWs, mediante tres métodos y tres valores de H , coinciden satisfactoriamente con el valor teórico de D para todas las diferentes escalas en estudio (Moreira *et al.*, 1994). Los mejores resultados se dan cuando la irregularidad es poca ($H \sim 0.9$) y se usa el método de evaluar la pendiente local casi constante entre log media de las diferencias de pares de puntos vecinos *versus* log 1/escala (Moreira *et al.*, 1994). Por lo tanto, las estimaciones de D para series de precios de productos hortícolas e índices económicos se pueden basar en la pendiente b de un variograma log-log, tal y como lo consigné Burrough (1981, 1983):

$$\log \gamma(h) = 2H \log(h) \quad (5)$$

$$b = 2H = 4 - 2D \quad (6)$$

Entonces, la línea de regresión entre log varianza *versus* log intervalo h para cada serie de precio de producto hortícola o índice económico produce un estimador de su correspondiente dimensión fractal D :

$$D = 2 - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\log \gamma(h)}{\log(h)} \right) \right] \quad (7)$$

Para los fractales estadísticos, D es descriptiva a cualquier tamaño total (L) de una línea o curva de longitud cero (conjunto de puntos). En esta condición extrema $L = 1$, y se requiere que $h \rightarrow 0$ (Çambel, 1993). En consecuencia,

$$D = \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ 2 - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\log \gamma(h)}{\log(h)} \right) \right] \right\} \quad (8)$$

Aunque aparentemente es rigurosa, la Ecuación 8 considera que la regresión lineal debe ser realizada con un rango amplio de escala y suficientes intervalos h (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998). Así, la estocasticidad del variograma debe asegurarse antes de proceder a estudiar el comportamiento de las D s a un L específico.

Una limitante para el cálculo de la D de una serie de precios o de algún índice económico a partir de un variograma, es que el variograma unidireccional es dependiente del intervalo de muestreo. Valores grandes de D pueden ser el resultado de usar un intervalo de muestreo relativamente grande para resolver los patrones adecuadamente (Burrough, 1983). Otra situación puede presentarse cuando la representación log-log del variograma es una curva decreciente (Bartoli *et al.*, 1995); ello ocurre, a veces, en el caso de estructuras periódicas de intervalo grande, lo cual indica efectos de hoyo (*i. e.* que son curvas sinusoidales). Esta situación generalmente es eliminada con antelación porque D se calcula al usar la pendiente del variograma log-log conformado por varianzas cercanas al origen, como lo indica la Ecuación 8.

Afortunadamente, es posible evaluar los valores de D de los fractales estadísticos, como los variogramas, mediante el empleo de argumentos de escala (Moreira *et al.*, 1994). Los argumentos de escala temporales pueden usarse al cambiar los límites de la regresión lineal, en el variograma log-log; y variando la magnitud de los intervalos de tiempo h para la estimación del variograma y, por consiguiente, cambiando el número de puntos de muestreo hasta que los valores de D se establezcan al considerar sus promedios y errores estándar (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998). De esta manera, es posible identificar sistemas multifractales o estructuras con niveles de variación anidados cuando los valores estimados de D son inestables dentro del intervalo de escala en estudio.

Además, las dimensiones fractales pueden ser comparadas entre variables de diferente naturaleza y magnitud de valores porque los valores de D son independientes de la escala y no dependen de la magnitud de los valores de las variables, pero sí dependen de la variabilidad.

MATERIALES Y MÉTODOS

La teoría de fractales se usó para analizar la distribución de los precios mensuales de los productos ajo blanco, brócoli, cebolla bola, col mediana, chile ancho seco, chile pasilla seco, durazno amarillo, guayaba, frijol flor de mayo, índices nacionales de precios para el consumidor (INPC) y el productor (INPP), y tasas de cambio (pesos mexicanos por dólar estadounidense) a la venta al final de mes (TCVFM) y promedio mensual (TCVPM). Los precios de los productos agrícolas involucrados son los reportados por Ayala (1999), delegado del Servicio Nacional de Información de Mercados en Zacatecas, y son los promedios mensuales derivados de los informes diarios obtenidos directamente de los comercios ubicados en

los centros de abasto del Distrito Federal, Guadalajara, Monterrey y Zacatecas; en el caso de frijol se consideraron también los centros de abasto de Puebla, Toluca y Torreón. Los datos de los índices económicos fueron proporcionados por el Centro de Estadística Agropecuaria de la Secretaría de Agricultura, Ganadería y Desarrollo Rural (SAGAR) a través de la red web (<http://www.sagar.gob.mx/users/cea/indics/>); los índices nacionales de precios se estimaron, según BANXICO, tomando como base al año 1994 (1994 = 100); la fuente original de los datos de tasas de cambio fue el Banco de México. En todos los casos, el período de estudio comprendió de enero de 1995 a diciembre de 1998 (n = 48 meses).

El análisis consistió de los siguientes pasos:

1. Cálculo de los estimadores estadísticos básicos,
2. Estimación de coeficientes de correlación (r de Pearson) entre pares de variables,
3. Estimación de los variogramas usando la Ecuación 1 y asegurando la estocasticidad hasta intervalos de 25 meses ($h \leq \frac{1}{2} L$),
4. Ajuste de los variogramas mediante la relación potencial (Ecuación 2) considerando la escala log-log,

5. Cálculo de la D para cada distribución, y
6. Evaluación de los valores de D para cada distribución mediante el uso de argumentos de escala, como se indicó anteriormente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Estimadores estadísticos básicos

En el Cuadro 1 se aprecia que las magnitudes de los precios de los productos son diferentes al considerar sus medias, valores mínimos y máximos y varianzas; mientras que los índices nacionales de precios al consumidor y al productor no difieren mucho, y las diferencias entre las tasas de cambio a fin de mes y promedios mensuales también son muy reducidas. No obstante, al considerar $P \leq 0.05$ y la prueba de normalidad (método de Shapiro y Wilk), se rechaza la hipótesis de que se distribuyen normalmente los precios del ajo, brócoli, cebolla, chiles ancho y pasilla, durazno, guayaba, frijol y las tasas de cambio. Ello indica que, si se tomara como base el variograma para hacer predicciones de dichas variables mediante la técnica de Kriging, los resultados carecerían de validez y, entonces, sería imprescindible transformar las variables para cumplir el supuesto de normalidad.

CUADRO 1. Estadísticas descriptivas de los precios nacionales de productos hortícolas e índices económicos a nivel mensual. Período 1995-1998.

	N	Media	Mínimo	Máximo	Varianza	W	P
Ajo Blanco	48	11.487	6.960	29.100	16.892	0.789	<0.000
Brócoli	48	3.677	2.280	5.300	0.926	0.861	<0.000
Cebolla Bola	48	3.099	0.880	10.090	4.288	0.841	<0.000
Col Mediana	48	1.090	0.530	1.950	0.100	0.969	<0.371
Chile Ancho Seco	48	31.011	14.910	82.790	354.002	0.734	<0.000
Chile Pasilla Seco	48	38.100	12.010	93.060	577.803	0.879	<0.000
Durazno Amarillo	42	11.748	4.130	24.610	18.872	0.910	<0.003
Guayaba	48	4.1463	2.230	7.800	2.341	0.882	<0.000
Frijol Flor de Mayo	48	5.886	2.420	8.770	4.457	0.848	<0.000
INPC	48	197.217	107.100	274.900	2121.526	0.954	<0.099
INPP	48	196.606	110.800	268.650	1881.347	0.953	<0.092
TCVFM	48	7.837	5.970	10.180	1.157	0.928	<0.007
TCVPM	48	7.766	5.584	10.223	1.204	0.937	<0.018

W=Estadístico de Shapiro y Wilk; INPC=Índice Nacional de Precios al Consumidor, INPP=Índice Nacional de Precios al Productor; TCVFP=Tasa de Cambio a la Venta Final Mensual; TCVPM=Tasa de Cambio a la Venta Promedio Mensual.

Correlación entre pares de variables

Los coeficientes de correlación (r) de Pearson (Cuadro 2) sugieren un alto grado de dependencia ($P \leq 0.05$) entre la mayoría de pares de variables. Las excepciones son ajo y col, ajo y chile ancho, ajo y chile pasilla, ajo y frijol, col y frijol, y chile ancho y durazno. Algunos de estos últimos casos pueden ser explicados por el hecho de que sus ocurrencias en el mercado (ofertas) no traslapan lo suficiente con sus precios máximos y/o mínimos.

En general, en el Cuadro 2 resalta que existen correlaciones significativas entre pares de variables de la misma naturaleza, es decir, entre pares de precios de productos agrícolas, par de índices y par de tasas de cambio. Asimismo, los valores del r de Pearson sugieren que los precios de brócoli, chile pasilla, frijol, guayaba y chile ancho son los que influyen más marcadamente sobre los índices de precios (INPC e INPP); y que las interdependencias entre índices (INPC *versus* INPP, $r = 1$) y entre tasas de cambio (TCVFM *versus* TCVPM, $r = 0.99$) son altamente significativas.

Variogramas geoestadísticos

Los variogramas geoestadísticos experimentales se aprecian en la Figura 1. Los casos de ajo, col, durazno y cebolla muestran claramente un efecto de hoyo o comportamiento sinusoidal, y el de frijol un valor de varianza máximo hasta $h \approx 16$ meses; ello indica que sus variogramas pueden ajustarse a modelos teóricos con umbral cuyos parámetros se usan con fines predictivos. Los variogramas ajustados al modelo esférico con umbral (no mostrados) sugieren varianza finita para los precios de ajo, cebolla, col, durazno y frijol. En la misma Figura 1 se detecta que la varianza es infinita *a priori* para el resto de variables, pues sus respectivos variogramas no se ven limitados por las varianzas indicadas en el Cuadro 1. Es claro que el variograma con fines predictivos es una herramienta útil para el caso del precio de la col únicamente. Es también sobresaliente la posibilidad de que la distribución del resto de las variables sea potencial o fractal, e inclusive, sus varianzas infinitas *a priori* sugieren la presencia de al menos una tendencia.

Dimensión fractal estadística

El método de análisis fractal usado supone que las relaciones entre la varianzas promedio y los incrementos de tiempo (Ecuación 8), sin remoción de las tendencias, se describen por funciones potenciales. Este supuesto es el concepto central de la geometría fractal y se denomina autosimilitud (Mandelbrot, 1982) o autoafinidad; de manera que si los variogramas no se ajustan a una función potencial, la dimensión fractal D no debe ser estimada con este método. En consecuencia, es primordial el definir si los variogramas son funciones potenciales (*i. e.* lineales en la escala log-log).

En el Cuadro 3 se aprecia que los valores de D varían de 1.06 a 1.772. Los altos coeficientes de determinación

(r^2) indican que los registros de los precios de productos hortícolas, índices económicos y tasas de cambio pueden ser modelados como fractales autoafines. Cabe aclarar que las D s para las series de precios de ajo, cebolla, col, durazno y frijol se estimaron hasta intervalos de 7, 6, 6, 7 y 16 meses, respectivamente, pues sus variogramas sugirieron que tienen varianza finita.

Los resultados para el grupo de series con varianza finita indican lo siguiente:

1. La serie de precios mensuales del ajo se comporta casi como una función de movimiento Browniano ($D = 1.5$, $2H = 1$) considerando el valor de D estimado (1.46) y el error estándar (0.179) (Cuadro 3), lo cual indica que las variaciones de corto y largo plazo (tendencias) son igual de importantes.
2. Las series de precios mensuales de cebolla, col y durazno tienen un valor de $D > 1.5$ (Cuadro 3), lo cual sugiere que en ellas domina la variación de corto plazo, es decir, que las series son muy caóticas y que sus incrementos están correlacionados negativamente; en otras palabras, un incremento positivo es seguido generalmente por uno negativo y *viceversa*.
3. La serie del precio mensual de frijol es descrita por una $D < 1.5$ ($D = 1.326 \pm 0.027$ en el Cuadro 3); por lo tanto, las variaciones de largo plazo (tendencias) son las dominantes en dicha serie. Ello no es de extrañar porque el frijol ha sido, en México, un producto con precio controlado por el Estado, mediante la estrategia conocida como "precios de garantía". Lamentablemente para los productores de frijol, su cultivo es una actividad que implica un gran riesgo, pues su serie de rendimientos medios anuales, desde 1897 hasta 1992, presenta una varianza infinita *a priori* y una $D = 1.46 \pm 0.07$ (Valdez-Cepeda y Olivares-Sáenz, 1998; Huesca-Rivera, 1999; Huesca-Rivera y Valdez-Cepeda, 1999), lo cual significa que el rendimiento es sensible a las variaciones, tanto de corto como de largo plazo, de los factores limitativos del crecimiento. Esta discrepancia, entre D s y tipos de varianza para las series de precios mensuales de frijol y sus rendimientos medios anuales, permite inferir que la política gubernamental no ha favorecido a los productores de dicha leguminosa, a pesar del alto riesgo que corren para producirla y su importancia social como alimento en México.

Por otra parte, los resultados para las variables con varianza infinita *a priori* indican lo siguiente:

1. Las series de precios mensuales de chile ancho seco y guayaba tienen un valor de $D > 1.5$ (Cuadro 3), lo cual sugiere que en ellas domina la variación de corto plazo, es decir, que esas series son muy caóticas y que sus incrementos están correlacionados negativamente, en otras palabras, un incremento positivo es seguido generalmente por uno negativo y *viceversa*.
2. Las series de precios mensuales de chile pasilla seco, de índices económicos y tasas de cambio (Cuadro 3)

son descritas por valores de $D < 1.5$. Ello sugiere la dominancia de tendencias, particularmente en los casos de los índices económicos. Previamente se había evidenciado que los índices dependen mucho de los precios de brócoli, chile pasilla seco y frijol flor de mayo (Cuadro 2), de manera que es inferible que las series de precios de productos y de índices económicos, incluyendo las de las tasas de cambio, son las series que mostraron mayor interdependencia, y son descritas por los menores valores de D (Cuadro 3).

Es particularmente interesante resaltar que las series de los índices nacionales de precios promedio mensuales

para el consumidor y el productor, así como las de los precios mensuales de frijol flor de mayo, brócoli y chile pasilla seco son las series con mejores propiedades para ajustarse a modelos que sirvan para hacer predicciones, aunque con esa finalidad sería muy conveniente remover, previamente, las tendencias en los casos de los índices, brócoli y chile, y es también conveniente e importante incluir el parámetro D en los modelos, aunque pudiera obviarse para los índices, pues sus valores de D (1.060 ± 0.003 y 1.066 ± 0.003 para INPC e INPP, respectivamente, en el Cuadro 3) no difieren mucho de la dimensión topológica d correspondiente a una línea ($d = 1$).

CUADRO 2. Coeficientes de correlación de Pearson (r) entre precios nacionales de productos hortícolas e índices económicos a nivel mensual. Período 1995-1998 ($n = 42$, para Durazno y $n = 48$ para los otros productos, índices y tasas de cambio).

	Ajo Blanco	Brócoli	Cebolla Bola	Col Mediana	Chile Ancho	Chile Pasilla	Durazno Amarillo	Guayaba	Frijol FM	INPC	INPP	TCVFM
Brócoli	0.31*											
Cebolla Bola	0.44*	0.58*										
Col	0.02	0.59*	0.41*									
Chile Ancho Seco	-0.01	0.73*	0.36*	0.39*								
Chile Pasilla Seco	0.02	0.91*	0.43*	0.53*	0.89*							
Durazno Amarillo	0.73*	0.54*	0.48*	0.32*	0.20	0.31*						
Guayaba	0.43*	0.77*	0.43*	0.45*	0.66*	0.71*	0.48*					
Frijol Flor de Mayo	0.20	0.64*	0.43*	0.26	0.51*	0.66*	0.36*	0.64*				
INPC	0.37*	0.94*	0.64*	0.56*	0.69*	0.86*	0.57*	0.79*	0.83*			
INPP	0.37*	0.93*	0.64*	0.55*	0.68*	0.86*	0.57*	0.78*	0.83*	1.00*		
TCVFM	0.51*	0.86*	0.66*	0.50*	0.67*	0.77*	0.65*	0.73*	0.77*	0.93*	0.93*	
TCVPM	0.52*	0.85*	0.65*	0.51*	0.63*	0.74*	0.69*	0.74*	0.78*	0.93*	0.93*	0.99*

*Coeficientes significativos a $P \leq 0.05$; INPC=Índice Nacional de Precios al Consumidor, INPP= Índice Nacional de Precios al Productor; TCVFP=Tasa de Cambio a la Venta Final Mensual; TCVPM=Tasa de Cambio a la Venta Promedio Mensual.

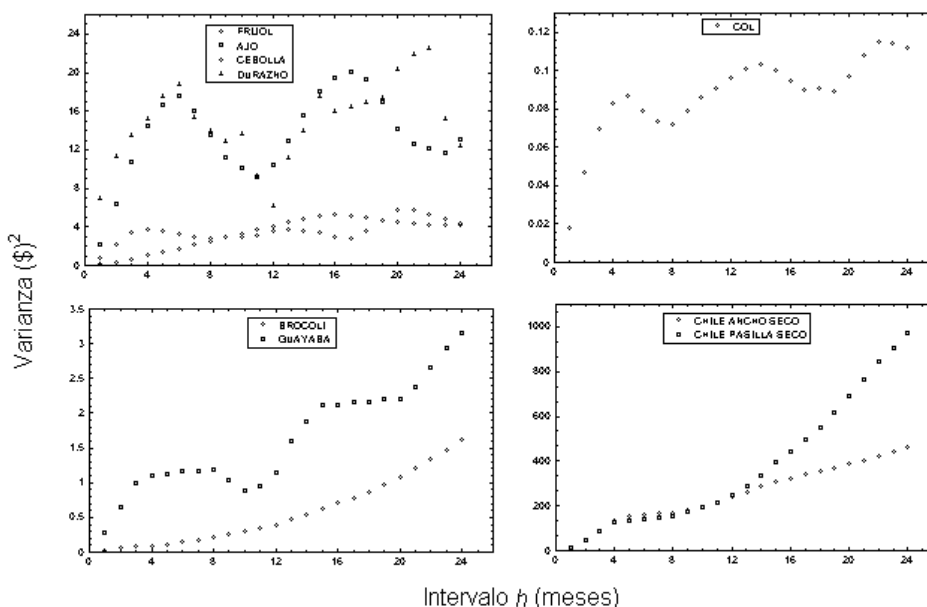


Figura 1. Variogramas experimentales para los precios mensuales de nueve productos agrícolas.

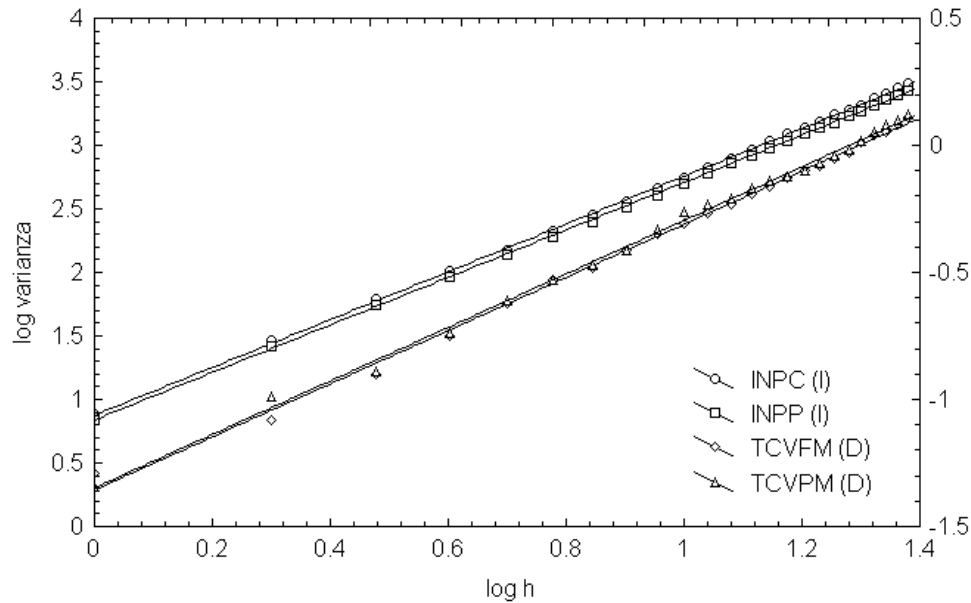


Figura 2. Variograma log-log de los índices nacionales de precios, a nivel mensual, para el consumidor (INPC) y el productor (INPP), y tasas de cambio (pesos por dólar) a la venta al final de mes (TCVFM) y promedio mensual (TCVPM). El rango de intervalo de tiempo h en el cual los variogramas son lineales, en la escala log-log, es de 1 a 24 meses, lo cual sugiere que la relación entre ambas variables es descrita por una función potencial en ese intervalo de escala.

CUADRO 3. Valores de dimensión fractal (D), errores estándar (EE), coeficientes de determinación (r^2) e intervalos de separación (h) máximos usados en la regresión log varianza versus $\log h$.

Producto	D	EE	r^2	h
Ajo Blanco	1.460	0.179	0.930	7
Brócoli	1.339	0.055	0.965	24
Cebolla Bola	1.594	0.363	0.828	6
Col Mediana	1.570	0.275	0.891	6
Chile Ancho Seco	1.542	0.069	0.957	24
Chile Pasilla Seco	1.415	0.068	0.951	24
Durazno Amarillo	1.772	0.274	0.893	7
Guayaba	1.692	0.157	0.840	24
Frijol Flor de Mayo	1.326	0.027	0.994	16
INPC	1.060	0.003	0.999	24
INPP	1.066	0.003	0.999	24
TCVFM	1.478	0.017	0.997	24
TCVPM	1.474	0.015	0.998	24

INPC: Índice Nacional de Precios al Consumidor; INPP: Índice Nacional de Precios al Productor; TCVFM: Tasa de Cambio a la Venta Final Mensual; TCVPM: Tasa de Cambio a la Venta Promedio Mensual.

Evaluación de la dimensión fractal estadística

Al cambiar la escala para la estimación de los variogramas las estimaciones de D para todas las variables parece ser estable (Figura 3), al considerar los valores medios de D y sus errores estándar, pues no se aprecian inflexiones de mayor magnitud que las barras de los

errores, e inclusive, la convergencia no resulta afectada porque los r^2 no sufren cambios significativos respecto de los reportados en el Cuadro 2. Sin embargo, dos aspectos, apreciados en la Figura 3, merecen ser señalados:

1. Las barras de los errores asociadas a los valores de D de los productos agrícolas, con la excepción del caso del frijol, son relativamente mayores que las del índice nacional de precios para el productor y de la tasa de cambio a la venta promedio mensual. Cabe aclarar que el comportamiento de la D para el otro índice (INPC) y la otra tasa (TCVFM) son prácticamente iguales a sus similares.
2. Los valores de D correspondientes a los índices nacionales de precios, tasas de cambio y precios mensuales de frijol son relativamente menores que las asociadas a las series de precios de los otros productos agrícolas. Anteriormente se indicó que los variogramas, a escala log-log de los índices nacionales de precios, permiten inferir que sus valores de D no difieren de los valores correspondientes a la dimensión topológica de líneas, de manera que sus valores pueden ser predichos por modelos que no involucren al parámetro D . Los valores de D para estas series difieren de los estimados, por Valdez-Cepeda y Solano Herrera (1999), para otras series financieras como los índices "Industrial Dow Jones", "German DAX Composite", "British Footsie", "Australian Share Price" y "Nikkei Cash", lo que indica que los índices nacionales de precios para el consumidor y el productor y el precio del frijol en México son dominados por tendencias, es decir, son más estables, lo cual se debe posiblemente, a que son manipulados o al menos controlados por el Estado.

Estos aspectos permiten inferir que los valores de los índices nacionales de precios y precios mensuales de frijol tienen un comportamiento menos complejo que los precios mensuales del resto de productos agrícolas. Asimismo, las escalas hasta de 7 meses son importantes para describir la complejidad de las series de precios de los productos agrícolas, lo cual es sugerido por el crecimiento de las barras de los errores hasta esa escala precisamente. Por ejemplo, la barra correspondiente a la escala de 7 meses, para la serie de precios de la guayaba, es la de mayor magnitud. Lo anterior conlleva a recomendar la descomposición de las series en tendencias menores a un año con la finalidad de generar un mejor conocimiento de la complejidad de las series de los precios de productos agrícolas. Otra estrategia, podría ser la descomposición de las series en periodos clave, como el caso de sexenios usado por Huesca-Rivera (1999) y Huesca-Rivera y Valdez-Cepeda (1999) para describir la complejidad de la serie de rendimientos medios anuales de frijol en México.

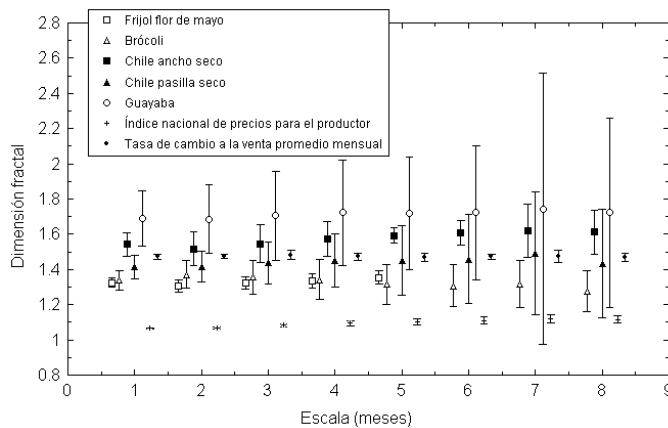


Figura 3. Comportamiento de la dimensión fractal estadística D , al cambiar la escala en la estimación del variograma, para los precios mensuales de algunos productos agrícolas, el índice nacional de precios promedio mensual para el consumidor y la tasa de cambio a la venta promedio mensual.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las series de precios mensuales de ajo blanco, cebolla bola, col media, durazno amarillo y frijol flor de mayo tienen varianza finita, mientras que los precios mensuales de brócoli, chile ancho seco, chile pasilla seco y guayaba, los índices nacionales de precio al consumidor y nacional de precios al productor y las tasas de cambio a la venta final mensual y a la venta promedio mensual tienen varianza infinita *a priori*.

La serie del precio mensual de ajo blanco es descrita por una dimensión fractal, $D = 1.46 \pm 0.179$, lo cual significa que su comportamiento es muy parecido al de la función fractal de movimiento Browniano. Ello sugiere que el precio mensual de ajo es predecible.

Los mayores valores de D se asocian a las series de precios de durazno amarillo, guayaba, cebolla bola, col mediana y chile ancho seco ($D = 1.772 \pm 0.274$, $D = 1.692 \pm 0.157$, $D = 1.594 \pm 0.363$, $D = 1.570 \pm 0.275$ y $D = 1.542 \pm 0.069$, respectivamente), así que esas distribuciones son caóticas porque en ellas un incremento positivo es seguido por uno negativo y *viceversa*, a grado tal que la variación de corto plazo es la dominante. Lo anterior significa que sus valores son prácticamente impredecibles.

Las series de precios mensuales de brócoli, chile pasilla seco y frijol flor de mayo, índices nacionales de precios mensuales para el consumidor y el productor, y tasas de cambio (pesos mexicanos por dólar estadounidense) a fin de mes y promedio mensual son descritas por D s < 1.5 ; por lo tanto, las variaciones de largo plazo o tendencias son las persistentes en dichas series, lo cual implica que sus valores son predecibles. Es recomendable que, con la finalidad de generar un modelo para hacer predicciones en esos casos, las tendencias se remuevan.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología el financiamiento parcial del proyecto I 26976-N. También se agradece a dos revisores anónimos por las observaciones que permitieron enriquecer el artículo.

LITERATURA CITADA

- AYALA, A. 1999. Comportamiento mensual de los precios en el mercado nacional: Período 1995-1998. Servicio Nacional de Información de Mercados, Delegación Zacatecas. Morelos, Zacatecas, México. 27 p.
- BARTOLI, F., BURTIN, G.; ROYER, J.J.; GURY, M.; GOMENDY, V.; PHILIPPY, R.; LEVIANDIER, T.; GAFREJ, R. 1995. Spatial variability of topsoil characteristics within an silty soil type: Effects on clay migration. *Geoderma* 68: 279-300.
- BUNDE, A.; HAVLIN, S. 1994. A brief introduction to fractal geometry. In: Bunde, A. and S. Havlin (Eds.). *Fractals in Science*. Springer-Verlag. Berlin, Germany. pp. 1-25.
- BURROUGH, P.A. 1981. Fractal dimensions of landscapes and other environmental data. *Nature* 294: 240-242.
- BURROUGH, P.A. 1983. Multiscale sources of spatial variation in soil. I. The application of fractal concepts to nested levels of soil variation. *J. Soil Sci.* 34: 577-597.
- ÇAMBEL, A.B. 1993. *Applied Chaos Theory: A Paradigm For Complexity*. Academic Press. San Diego, CA. USA. 246 p.
- EGHBALL, B.; POWER, J.F. 1995. Fractal description of temporal yield variability of 10 crops in the United States. *Agron. J.* 87: 152-156.
- EVERTSZ, C.J.G. 1995. Fractal geometry of financial time series. *Fractals* 3: 609-616.
- EVERTSZ, C.J.G.; BERKNER, K. 1995. Large deviation and self-similarity analysis of graphs: DAX stock prices. *Chaos, Solitons & Fractals* 6: 121-130.
- HUESCA-RIVERA, C. 1999. Análisis fractal de los rendimientos medios anuales de frijol en México desde 1897 hasta 1992. Tesis Profesional. Universidad Autónoma Chapingo, Departamento de Fitotecnia. Chapingo, México. 37 p.

- HUESCA-RIVERA, C.; VALDEZ-CEPEDA, R.D. 1999. Análisis fractal de los rendimientos medios anuales de frijol en México desde 1897 hasta 1992. Enviado para su publicación en la Revista Fitotecnia Mexicana.
- JOURNEL, A.B.; HUIJBREGTS, CH.J. 1978. Mining Geostatistics. Academic Press. New York, USA. 599 p.
- KEMBLOWSKI, M.; CHANG, CHING-MIN. 1993. Infiltration in soils with fractal permeability distribution. Ground Water 31(2): 187-192.
- MANDELBROT, B.B. 1982. The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman. New York. 468 p.
- MOREIRA, J.G.; KAMPHORST LEAL DA SILVA, J.; OLIFFSON KAMPHORST, S. 1994. On the fractal dimension of self-affine profiles. J. Phys. Math. Gen. 27: 8079-8089.
- PEITGEN, H.O.; JÜRGENS, H.; SAUPE, D. 1992. Chaos and Fractals: New Frontiers of Science. Springer. New York, USA. 984 p.
- VALDEZ-CEPEDA, R.D.; OLIVARES-SÁENZ, E. 1998. Fractal analysis of Mexico's annual mean yields of maize, bean, wheat and rice. Field Crops Res. 59: 53-62.
- VALDEZ-CEPEDA, R.D.; SOLANO-HERRERA, E. 1999. Self-affinity of records of financial indexes. Fractals 7(4): 427-432.
- ZEIDE, B. 1993. Primary unit of the crown. Ecology 74(5): 1598-1602.