

MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA ESTIMACIÓN DE BIOMASA DE ÓRGANOS AÉREOS DE LIMÓN 'PERSA' (*Citrus latifolia* Tan.)

L. A. Crespo-Herrera; J. R. Espinoza-Espinoza[¶];
G. Almaguer-Vargas

Departamento de Fitotecnia. Universidad Autónoma Chapingo.
Km. 38.5 Carretera México-Texcoco, Chapingo, Estado de México.
C. P. 56230. MÉXICO. Tel. 01 595 95 215 00 Ext. 6168.
Correo-e: acam1960@yahoo.com.mx ([¶]Autor responsable)

RESUMEN

En muchos de los estudios de crecimiento de las plantas se requiere evaluar la biomasa, lo cual normalmente implica la destrucción de los árboles. En el presente trabajo se generaron modelos matemáticos de alta confiabilidad que estiman la cantidad de biomasa de órganos aéreos de limón 'Persa' con base en otras variables que no requieren la destrucción del material vegetal y además son de fácil medición. Para ello, se separaron ramas, hojas y frutos de los árboles y se les midió la cantidad de biomasa además del área foliar de las hojas y otras características morfológicas inherentes a cada tipo de órgano. Se encontró que la cantidad de biomasa de cada órgano se encuentra estrechamente relacionada con las siguientes características: para las ramas, el volumen calculado por las fórmulas del cono y cono truncado, en los casos de las ramas no podadas y podadas, respectivamente; para los frutos, el diámetro ecuatorial, y para las hojas, la longitud de la lámina y su ancho máximo. Se generaron modelos para cada órgano con coeficientes de determinación muy elevados (entre 0.9528 y 0.9981) y C(p) aceptable (entre 1.6696 y 16.3685, para modelos de 2 a 4 variables).

PALABRAS CLAVE ADICIONALES: regresión, dureza de ramas, coeficiente de determinación, C(p), R².

MATHEMATICAL MODELS FOR THE ESTIMATION OF BIOMASS OF AERIAL ORGANS OF PERSIAN LIME (*Citrus latifolia* Tan.)

ABSTRACT

In many studies on the growth of plants, it is necessary to evaluate the biomass, and this implies the destruction of the trees. In this work highly reliable mathematical models were generated in order to estimate the biomass of aerial organs of 'Persian' lime, on the base of non-destructive and easy-to-measure variables. Branches, leaves, and fruits were isolated and several characteristics as well as the biomass, and the leaves area, were measured. It was found that the amount of biomass of each type of organ is closely related with the following variables: for branches, volume calculated with the formulae of the cone and truncated cone, in the cases of non-pruned and pruned branches, respectively; for fruits, the equatorial diameter; and for leaves, the length of the sheet and its maximum width. Models were generated for each type of organ, with extremely high determination coefficients (between 0.9528 and 0.9981) and acceptable C(p) values (between 1.6696 and 16.3685, for models with 2 to 4 variables).

ADDITIONAL KEY WORDS: regression, branch hardness, determination coefficient, C(p), R².

INTRODUCCIÓN

La biomasa se define como la masa del material o tejidos vegetales, expresada en términos del peso seco de los órganos (Coombs *et al.*, 1988), es decir, sin agua. La biomasa y su acumulación a lo largo de un periodo, es una

medida ampliamente utilizada en la investigación como indicador del efecto de factores externos sobre la planta (luz, humedad, prácticas culturales, plagas, enfermedades, etc.), y, por supuesto, de la productividad de la misma.

La medición de la biomasa puede emplearse en muy

diversas investigaciones, por ejemplo, en el comportamiento del limón 'Persa' en diferentes portainjertos (Stuchi *et al.*, 2003); en los efectos del paclobutrazol sobre su crecimiento y floración (Siquiera *et al.*, 2002), y en el efecto de los reguladores del crecimiento (Serciloto *et al.*, 2001).

La medición de la biomasa es destructiva debido a que el órgano en evaluación debe separarse de la planta y deshidratarse para ser pesado (Thornley, 1990). En las plantas anuales la medición de la biomasa no representa un problema serio ya que son especies de rápido crecimiento y se establecen en campo a altas densidades de población a un bajo costo, en tanto que las especies frutales, y las arbóreas en general, que presentan un desarrollo más prolongado, son de mucho mayor tamaño y complejidad estructural, y se establecen en menores densidades de población que las primeras, por lo que se dificulta la cuantificación de la biomasa mediante métodos destructivos, aparejando así, mayores costos económicos y mayor tiempo en la evaluación (Espinoza *et al.*, 1998). Es por esto que se hace necesario el desarrollo de un método no destructivo de estimación de la biomasa, basado en variables de fácil medición, fuertemente asociadas con aquella.

La biomasa puede ser estimada mediante métodos no destructivos, para lo que se realizan mediciones de las características de los órganos de la planta que estén altamente asociadas con su cantidad de biomasa. Cabe señalar que dichas características tendrán que ser de fácil medición (Myers, 1990). La estimación de la biomasa puede derivarse de ecuaciones de regresión (modelos matemáticos), que pongan de manifiesto la asociación de las variables independientes con la variación de la variable dependiente (Afifi y Clark, 1984).

Una ecuación matemática es simplemente una representación simbólica de una relación de igualdad de cantidades que aparecen a la izquierda y a la derecha del signo igual (Charles-Edwards *et al.*, 1986). Las variables pueden representar datos que han sido colectados y la relación puede ser presentada por medio de un modelo de regresión (Charles-Edwards *et al.*, 1986).

En ocasiones, los estudios cuantitativos de las plantas o de su crecimiento, son basados en el análisis secuencial de datos. En estos análisis, frecuentemente se usan funciones polinomiales o exponenciales para describir los cambios de la biomasa a través del tiempo. Estos estudios juegan un papel importante en las investigaciones fisiológicas, de crecimiento y desarrollo de las plantas, ya que (Charles-Edwards *et al.*, 1986):

- a) los datos que se obtienen a partir de los modelos matemáticos que se usan para describir los cambios en la biomasa, tienen una medida

fisiológica directa, al ser la cantidad de ésta, en última instancia, un resultado del estado fisiológico de las plantas en respuesta a factores externos a ellas, como lo son la temperatura, la humedad, la nutrición, la incidencia de plagas y enfermedades, las prácticas culturales, etc.

- b) las características del crecimiento derivadas de los modelos, como la tasa relativa de crecimiento, la tasa de asimilación neta, el área foliar y la acumulación de biomasa, entre otras, dependen del estado fisiológico de la planta.

En el presente estudio se plantean los siguientes objetivos:

1. Identificar variables morfológicas de fácil medición de plantas de limón 'Persa' cuyas magnitudes estén fuertemente asociados con los valores de biomasa de los órganos de la fracción aérea.
2. Generar modelos matemáticos por medio de regresión que estimen con alta precisión el contenido de biomasa de órganos aéreos de plantas de limón 'Persa'.

MATERIALES Y MÉTODOS

Material vegetal

Se utilizaron plantas de limón 'Persa' de siete años de edad con competencia completa injertadas sobre patrones de naranjo agrio (*Citrus aurantium* L.).

El estudio se realizó en un huerto localizado en la comunidad de Cabellal, Martínez de la Torre, Veracruz, el cual se localiza en las coordenadas 20° 04' de latitud norte y 97° 04' de longitud oeste, a una altitud de 80 m; presenta un clima cálido húmedo, con una precipitación media de 1,293.6 mm (García, 1997).

Generación de modelos para estimar la biomasa de las ramas

Se generaron modelos de regresión para estimar la biomasa de ramas de árboles de limón 'Persa', con base en la siguiente metodología.

Clasificación de ramas. Se utilizaron ramas seleccionadas aleatoriamente con diferentes grados de dureza, puesto que se consideró que tendrían diferentes cantidades de biomasa gracias a su grado de lignificación y suberificación. Las ramas se clasificaron de acuerdo a Espinoza *et al.* (1998) en cuatro grados de dureza (Cuadro 1).

CUADRO 1. Clasificación de ramas de acuerdo a su grado de dureza.

Dureza	Características	Cantidad Utilizada
1	Son ramas succulentas o brotes nuevos, formadas en la misma estación de crecimiento; de color verde, flexibles y foliadas.	100
2	Ramas jóvenes con incipiente lignificación; menos flexibles que las de dureza 1; normalmente formadas en las dos últimas estaciones de crecimiento; generalmente de estas ramas brotan las ramas de dureza 1.	100
3	Son ramas con poca flexibilidad, medianamente lignificadas. Su base es de color café, por la reciente formación de corteza.	50
4	Ramas estructurales, de madera dura, fuertemente lignificadas y suberificadas, no foliadas.	19

Medición de las variables independientes. Acada una de las ramas se les midieron las siguientes características:

Diámetro. El diámetro de las ramas no podadas, que son generalmente las de dureza 1, se midió en la base únicamente, y en el caso de ramas podadas (ramas de dureza 2-4), el diámetro se midió tanto en la base como en la punta. Para las ramas de dureza 1 y 2 las mediciones basales se hicieron en dos sentidos: adaxial-abaxial y lateral, debido al aplanamiento de las ramas. En los casos en los que se midió el diámetro basal en dos sentidos, se obtuvo un promedio de éstos.

Longitud. Se midió desde la base de las ramas hasta la punta.

Yemas. Se contabilizó el número de yemas de ramas de dureza 1, 2 y 3. En el caso de las ramas de dureza 4 no se contó el número de yemas, debido a que estas no se encuentran presentes.

Generación de variables. Se calculó el volumen de las ramas con los datos de los diámetros y de la longitud, aplicando la fórmula del cono para las ramas no podadas y la fórmula del cono truncado para las ramas podadas. Adicionalmente, se obtuvieron las formas cuadráticas y cúbicas de cada uno de las variables medidas.

Medición de la variable dependiente. Todas las ramas evaluadas se metieron en una estufa a 65 °C hasta llegar a peso constante. Se pesaron en una balanza de aproximación de 0.001 g.

Generación de modelos. Se consideró a la biomasa como la variable dependiente. Con el volumen de las ramas calculado con las fórmulas del cono y cono truncado, y con las variables medidas en sus formas lineal, cuadrática y cúbica, se generaron modelos que estimaran la biomasa de cada uno de los grados de dureza de las ramas, con ayuda del programa estadístico SAS (Statistical Analysis System). Se utilizó el procedimiento REG para la obtención

de modelos, el método de selección de variables STEPWISE y la opción NOINT para no incluir en los modelos la interceptada, permitiendo únicamente la incorporación de variables que fueran significativas a una $P \leq 0.05$.

Generación de modelos para la estimación de biomasa en frutos

Medición de las variables independientes. Se utilizaron 100 frutos en un rango amplio de tamaños (0.66 cm hasta 7.58 cm de diámetro polar) y se les midieron los diámetros polar y ecuatorial. Se obtuvieron las formas cuadrática y cúbica de las dos variables.

Medición de la variable dependiente. Para la medición de la biomasa todos los frutos se secaron en una estufa a 65 °C hasta llegar a peso constante. Se pesaron en una balanza de aproximación de 0.001 g.

Generación de modelos. La variable dependiente de interés fue la biomasa. Con las variables medidas en su forma lineal, cuadrática y cúbica, se generaron modelos que estimaran la biomasa de los frutos con ayuda del programa estadístico SAS. Se utilizó el procedimiento REG para la obtención de modelos y el método de selección de variables STEPWISE y la opción NOINT para no incluir en los modelos la interceptada, permitiendo únicamente la incorporación de variables que fueran significativas a una $P \leq 0.05$.

Generación de modelos para la estimación de biomasa y área foliar en hojas

Medición de las variables independientes. Se utilizaron 100 hojas en un rango amplio de tamaños (2.8-14.8 cm de longitud de lámina) y se les midió lo siguiente: ancho máximo de la lámina, longitud de la lámina, ancho máximo de las alas, longitud del pecíolo, grosor del pecíolo (se midió debajo de las alas). Adicionalmente, se obtuvieron las formas cuadráticas y cúbicas de cada una de las variables medidas.

Medición de las variables dependientes. En el caso de la biomasa, todas las hojas se metieron en una estufa a 65 °C hasta llegar a peso constante. Se pesaron en una balanza de aproximación de 0.001 g. Para el área foliar, a todas las hojas se les midió esta variable en un medidor de área foliar marca LI-COR, modelo LI-3100 AREA METER.

Generación de modelos. Las variables dependientes que se consideraron fueron la cantidad de biomasa y el área foliar. Con las variables independientes y sus transformaciones en sus formas cuadrática y cúbica, se generaron modelos que estimaran la biomasa de cada una de las hojas con ayuda del programa estadístico SAS. Se utilizó el procedimiento REG para la obtención de modelos y el método de selección de variables STEPWISE y la opción NOINT para no incluir en los modelos la interceptada, permitiendo únicamente la incorporación de variables que fueran significativas a una $P \leq 0.05$.

Selección de modelos

Con los procedimientos descritos anteriormente, se seleccionó un modelo para cada órgano aéreo de la planta. Se seleccionó aquel que presentara el mayor coeficiente de determinación (R^2) y los valores de $C(p)$ más similares al número de variables incluidas en el modelo.

En ninguno de los modelos se incluyó el valor de la interceptada (β_0), puesto que ésta es la cantidad de biomasa cuando las variables independientes son igual a cero, es decir, cuando las variables incluidas en los modelos fueran igual a cero, y el valor de la biomasa debe ser igual a cero.

RESULTADOS

En el Cuadro 2 se muestran los modelos seleccionados para cada uno de los órganos aéreos de limón 'Persa'.

En el Cuadro 3 se muestran los coeficientes de determinación parciales de las variables incluidas en los modelos correspondientes.

CUADRO 3. Valores de las coeficientes de determinación parciales (R^2) de las variables independientes de los modelos seleccionados para estimar la cantidad de biomasa de órganos aéreos de limón 'Persa'.

Órgano	Variable	R^2 Parcial
Ramas de dureza 1	VCF	0.9643
	VCF ³	0.0064
	DAL ²	0.0037
	DBL ²	0.0037
Ramas de dureza 2	VCF	0.9839
	LONG ²	0.0044
Ramas de dureza 3	VCF	0.9646
	VCF ²	0.0207
	LONG ²	0.0026
Ramas de dureza 4	VCF	0.9787
	VCF ³	0.0194
Frutos	De ³	0.9844
	Dp ²	0.0114
Hojas (área foliar)	AmL ²	0.9810
	LL ²	0.0155
Hojas (biomasa)	LL ²	0.9226
	DP ²	0.0100
	AA ³	0.0120
	AA ³	0.0082

DB: diámetro basal (cm); DBL: diámetro basal lateral (cm); DAL: diámetro apical lateral (cm); VCF: volumen calculado por fórmulas del cono y cono truncado (cm³); LONG: longitud de la rama (cm); DP: diámetro polar (cm); De: diámetro ecuatorial (cm); AF: área foliar (cm²); LL: longitud de lámina (cm); AmL: ancho máximo de lámina (cm); AA: ancho de alas (cm); Dp: diámetro del peciolo (cm).

En las Figuras 1 a 7 se muestra el comportamiento de los valores estimados por los modelos, con relación a los datos reales.

DISCUSIÓN

Los coeficientes de determinación (R^2) de los modelos generados es alto, y aunque la $C(p)$ se aleja del número de

CUADRO 2. Modelos generados y seleccionados para la estimación de biomasa de órganos aéreos de limón 'Persa'.

Órgano	Modelo	n	R^2	$C(p)$
Ramas 1	$B = -0.69059 (DBL)^2 + 1.292776 (DAL)^2 + 0.29436 (VCF) - 0.00263(VCF)^3$	100	0.9780	16.3685
Ramas 2	$B = 0.00066196 (LONG)^2 + 0.467926 (VCF)$	100	0.9883	1.6696
Ramas 3	$B = -2.07191 (DB)^3 + 0.77243 (VCF) - 0.00319 (VCF)^2$	50	0.9879	9.2417
Ramas 4	$B = 0.7081 (VCF) + 0.0000003537353 (VCF)^3$	19	0.9981	—
Frutos	$B = 0.09358 (Dp)^2 + 0.06366 (De)^3$	100	0.9958	4.6305
Hojas	$AF = 0.17603 (LL)^2 + 0.72105 (AmL)^2$	100	0.9965	2.5994
Hojas	$B = 0.00265 (LL)^2 - 1.91027 (AA)^2 + 4.11550 (AA)^3 + 5.51151 (DP)^2$	100	0.9528	14.2218

B: biomasa (g); DB: diámetro basal (cm); DBL: diámetro basal lateral (cm); DAL: diámetro apical lateral (cm); VCF: volumen calculado por fórmulas del cono y cono truncado (cm³); LONG: longitud de la rama (cm); DP: diámetro polar (cm); De: diámetro ecuatorial (cm); AF: área foliar (cm²); LL: longitud de lámina (cm); AmL: ancho máximo de lámina (cm); AA: ancho de alas (cm); Dp: diámetro del peciolo (cm); R^2 : coeficiente de determinación; n: número de observaciones; $C(p)$: estadístico de Mallows.

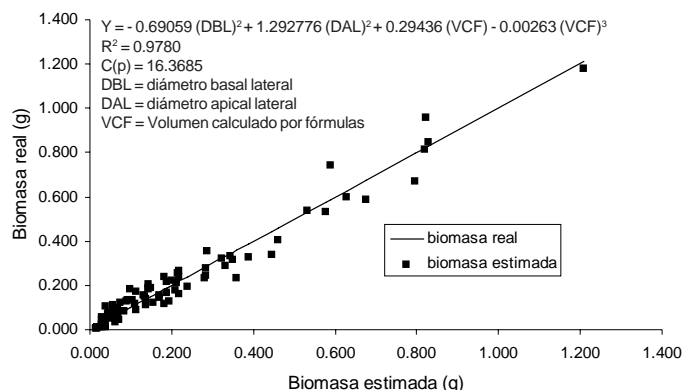


FIGURA 1. Biomosas real y estimada por el modelo seleccionado para ramas de limón 'Persa' de dureza 1.

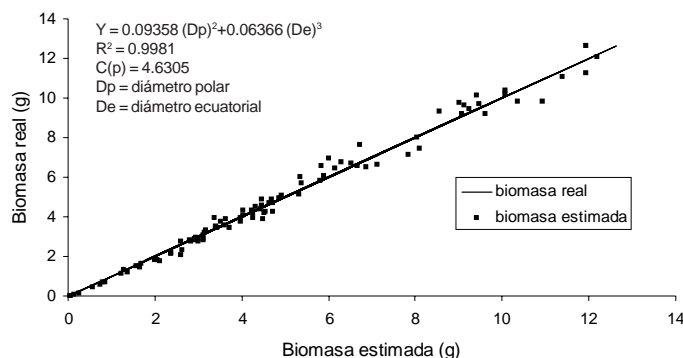


FIGURA 5. Biomosas real y estimada por el modelo seleccionado para frutos de limón 'Persa'.

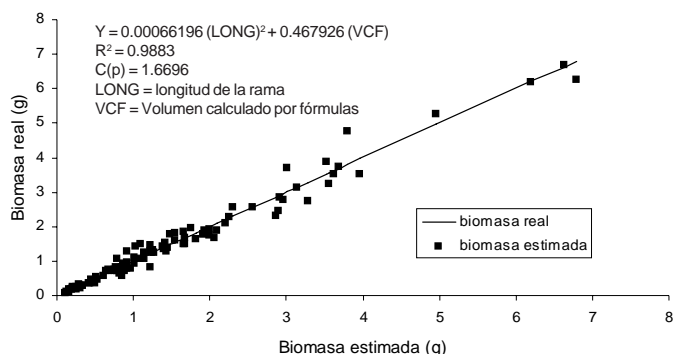


FIGURA 2. Biomosas real y estimada por el modelo seleccionado para ramas de limón 'Persa' de dureza 2.

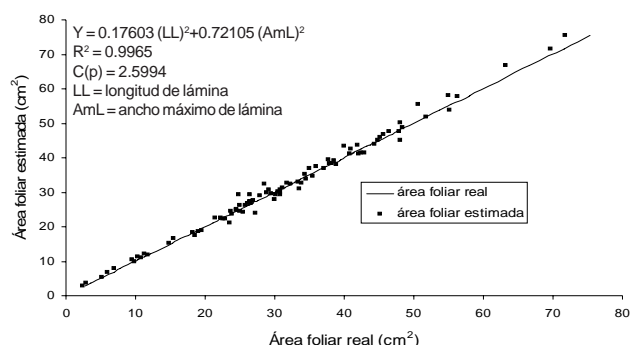


FIGURA 6. Área foliar real y estimada por el modelo seleccionado para hojas de limón 'Persa'.

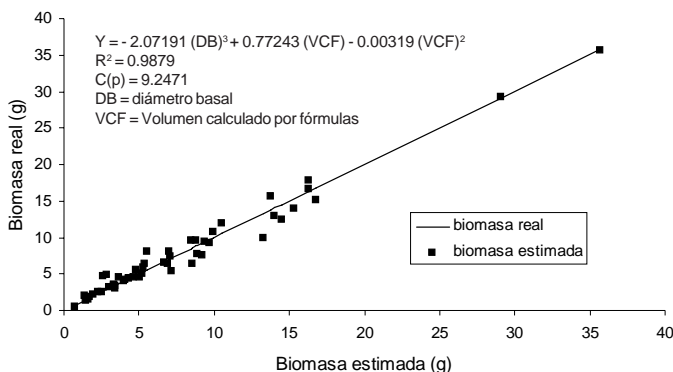


FIGURA 3. Biomosas real y estimada por el modelo seleccionado para ramas de limón 'Persa' de dureza 3.

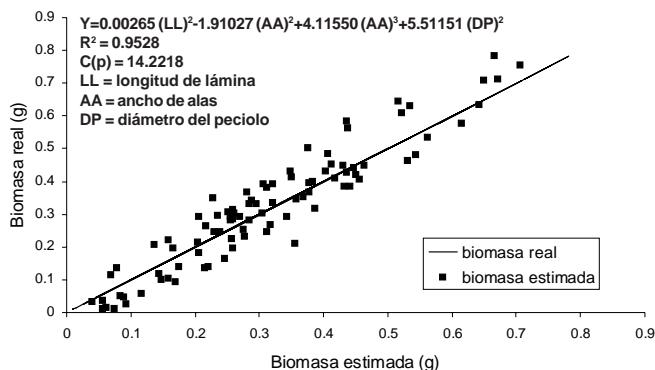


FIGURA 7. Biomasa real y estimada por el modelo seleccionado para hojas de limón 'Persa'.

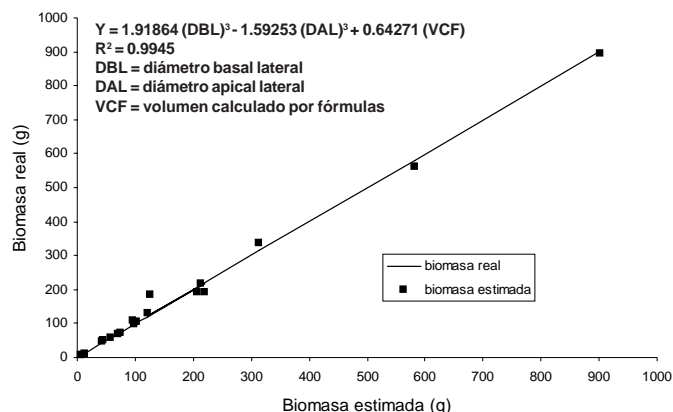


FIGURA 4. Biomosas real y estimada por el modelo seleccionado para ramas de limón 'Persa' de dureza 4.

variables para cada modelo, a excepción del modelo generado para las ramas de dureza 2 (1.6696) y del modelo de área foliar (2.5994), resultan posicionarse en un rango muy aceptable. En el caso de las ramas de dureza 4 no se determinó la C(p) del modelo, posiblemente por el bajo número de observaciones; sin embargo, el coeficiente de determinación resulta ser muy elevado (0.9945).

Por otro lado, los valores tan elevados de los coeficientes de determinación de los modelos (Cuadro 2) y las R^2 parciales de las variables (Cuadro 3) indican que las características morfológicas de los órganos incluidas en los modelos generados, se encuentran fuertemente asociadas

con la cantidad de biomasa de los órganos aéreos y contribuyen en gran medida a la estimación de biomasa.

En el caso de las ramas, puede observarse que la variable que más contribuye a la estimación de la cantidad de biomasa, es el volumen calculado por las fórmulas del cono y cono truncado (VCF), lo cual puede comprobarse con los coeficientes de determinación parciales del Cuadro 3, en donde se muestra cómo el volumen calculado por fórmulas toma los valores más altos, lo que, de manera lógica, conduce a pensar que a medida que el volumen de las ramas es mayor, también lo será la cantidad de biomasa.

En el modelo generado para los frutos (Cuadro 2) se muestra que la forma cuadrática del diámetro polar y la forma cúbica del diámetro ecuatorial son suficientes para una estimación confiable de la cantidad de biomasa. En dicho modelo se obtuvo uno de los coeficientes de determinación más altos (0.9958) y una de las C(p) más cercanas (4.6305) al número de variables incluidas en el modelo (2).

En el caso del modelo de área foliar (AF) se tiene que la variable que más contribuye a su estimación es el ancho máximo de la lámina (AmL) en su forma cuadrática (Cuadros 2 y 3).

Para la cantidad de biomasa de las hojas, la longitud de la lámina en su forma cuadrática presenta una participación primaria (Cuadro 3), aunque otras variables también se incluyeron por ser significativo su aporte al modelo.

En las Figuras 1 a 7 se muestra que el comportamiento de los valores estimados por los modelos es muy similar a los valores reales, lo cual sucede gracias a que las variables consideradas se encuentran muy asociadas con la cantidad de biomasa de los órganos, expresándose dicha similitud del comportamiento en la magnitud de los coeficientes de determinación y de la C(p).

CONCLUSIONES

Se identificaron variables morfológicas de los órganos aéreos de limón 'Persa' de fácil medición, que permiten estimar su biomasa y el área de las hojas, como lo son el volumen calculado por fórmulas del cono y cono truncado, los diámetros y la longitud de las ramas, para los modelos de las ramas; los diámetros polar y ecuatorial de los frutos y el ancho máximo de la lámina y la longitud de la lámina de

las hojas. Dichas características se encuentran fuertemente asociadas con la cantidad de biomasa y al medirlas no implican la destrucción del material vegetal, con lo cual fue posible la generación de modelos matemáticos confiables para estimar la cantidad de biomasa de órganos aéreos de limón 'Persa'.

LITERATURA CITADA

- AFIFI, A. A.; CLARK, V. 1984. Computer-aided multivariate analysis. Ed. Lifetime Learning Publications. pp. 80-163
- CHARLES E., D. A. 1981. The mathematics of photosynthesis and productivity. Ed. Academic Press, London.
- CHARLES-E., D.; DOLEY, D.; RIMMINGTON-GLYN, M. 1986. Modeling plant growth and development. Ed. Academic Press. p. 21
- COOMBS, J. 1988. Técnicas en fotosíntesis y bioproductividad. Ed. Futura-Colegio de Postgraduados. Montecillo, México.
- ESPINOZA E., J. R.; ORTIZ C., J.; MENDOZA C., M. C.; VILLEGAS M., A.; PEÑA V., C.; ALMAGUER V., G.; VILLASEÑOR A., J. A. 1998. Modelos de regresión para la estimación del peso fresco y seco de ramas de duraznero (*Prunus persica* L. Batsch). Revista Chapingo Serie Horticultura. 4(2): 125-131.
- CHALABI Z. S.; Gandar, W. 1991. Application of signal analysis and nonlinear system identification methods to modeling dry matter production in winter wheat. Mathematical and control applications in agriculture and horticulture. HASHIMOTO, Y.; DAY, W. 1991. Ed. Pergamon Press. pp. 317-320.
- GARCÍA, E. 1997. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen. Ed. UNAM. México.
- HOSHMAND-REZA, A. 1998. Statical methods for environmental an agricultural science. 2a Edición. Ed. CRC Press. 303-344 pp.
- INFANTE-GIL, S.; ZARATE DE LARA, P. 1984. Métodos estadísticos: un enfoque interdisciplinario. Ed. Trillas. 120-163, 463-524 pp.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA, GEOGRAFÍA E INFORMÁTICA. 2002. Anuario estadístico Veracruz-Llave; Tomo II. Aguascalientes Ags. México.
- MYERS, R. H. 1990. Classical and modern regression with applications. Ed. PWS-Kent Publishing Company. U. S. A. 488 pp.
- SERCILOTO C. M.; DE CAMARGO E CASTRO, P. R. 2001. Use of bioregulators on 'Tahiti' lime (*Citrus latifolia* Tanaka). Laranja 22: 2, 383-394; 22 ref.
- SIQUEIRA D. L. DE; SALOMAO L., C. C.; DE SIQUIERA, D. L. 2002. Effects of paclobutrazol on growth and flowering of citrus. Laranja 23: 2, 355-369
- STUCHI E., S.; DONADIO L., C.; SEMPIONATO O., R. 2003. Performance of Tahiti lime on Poncirus trifoliata var. monstrosa Flying Dragon in four densities. Fruits-Paris 58: 1, 13-17; 12 ref.
- THORNLEY J., H. M.; JOHNSON, R. 1990. Plant and crop modeling: a mathematical approach to plant and crop physiology. Ed. Oxford Science Publications.