



Differences in the maximum size–density relationship of *Pinus occidentalis* Swartz within three humidity gradients

Diferencias en la relación densidad-tamaño máxima de *Pinus occidentalis* Swartz en tres gradientes de humedad

✉ Santiago W. Bueno-López^{1*}; ✉ Luis R. Caraballo-Rojas¹; ✉ Juan G. Torres-Herrera²

¹Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra, Vicerrectoría de Investigación e Innovación. Autopista Duarte km 1.5, Santiago de los Caballeros. Santiago, República Dominicana.

²Consultores Forestales Serranos. San José de las Matas, Santiago, República Dominicana.

*Corresponding author: swbueno@gmail.com

Abstract

Introduction. The maximum size–density relationship (MSDR) establishes self-thinning thresholds in forest stands. For *Pinus occidentalis* Swartz, responses to humidity gradients across ecological zones in La Sierra, Dominican Republic, remain poorly understood.

Objectives. We aimed to quantify MSDR of *P. occidentalis* across dry, intermediate, and humid ecological zones within La Sierra region; to assess whether slopes and intercepts of the natural log-transformed Quadratic Mean Diameter (QMD) and stand density in terms of trees per hectare (TPH) differ among ecological zones; and to compare Reduced Major Axis (RMA) with Ordinary Least Squares (OLS).

Materials and methods. QMD and TPH from *P. occidentalis* were log-transformed using the natural logarithm [$\ln(\text{QMD}) - \ln(\text{TPH})$]. Analyses were limited to even-aged plots with a relative density > 0.7 . MSDR was estimated using RMA regression in reciprocal form, with delta-method confidence intervals. OLS models observed–fitted comparisons, and mean absolute error were used for benchmarking.

Results. RMA slopes steepened from dry (-0.510) to intermediate (-0.669) and humid zones (-0.894), indicating stronger self-thinning under humid conditions, though slope differences were not significant. Intercepts differed significantly among zones ($p < 0.001$), revealing vertical shifts in size–density trajectories. RMA slopes exceeded OLS estimates, while observed–fitted patterns and mean absolute error were comparable across methods.

Conclusions. While slopes correspond with classic self-thinning theory, intercept shifts indicate ecological effects on growth potential. Results support using RMA for estimating MSDR, where QMD and TPH show variability and contribute to site-specific density management practices.

Keywords: allometry, ecological gradients, forest productivity, self-thinning, silviculture.

Resumen

Introducción. La relación densidad-tamaño máxima (RDTM) establece umbrales de autoaclareo en rodales forestales. En *Pinus occidentalis* Swartz, aún se conoce poco sobre la respuesta de la especie a los gradientes de humedad en las zonas ecológicas de La Sierra, República Dominicana.

Objetivos. Cuantificar la RDTM de *P. occidentalis* en las zonas ecológicas seca, intermedia y húmeda de la región de La Sierra; determinar si la pendiente y el intercepto entre el diámetro cuadrático medio (DCM) y la densidad del rodal, representada como árboles por hectárea (APH), difieren entre zonas ecológicas; y comparar el eje mayor reducido (EMR) con los mínimos cuadrados ordinarios (MCO).

Materiales y métodos. El DCM y APH de *P. occidentalis* se transformaron mediante logaritmo natural [$\ln(\text{DCM}) - \ln(\text{APH})$]. Los análisis se limitaron a parcelas coetáneas con densidad relativa > 0.7 . La RDTM se estimó mediante el EMR en su forma recíproca con intervalos de confianza obtenidos mediante el método delta.

Resultados. Las pendientes obtenidas mediante EMR fueron más pronunciadas al pasar de las zonas secas (-0.510) a las intermedias (-0.669) y húmedas (-0.894), lo que indica mayor intensidad en el proceso de autoaclareo en condiciones húmedas, aunque las diferencias no fueron significativas. Las ordenadas al origen difirieron significativamente entre zonas ($p < 0.001$), evidenciando desplazamientos verticales en las trayectorias de densidad-tamaño. Las pendientes obtenidas mediante EMR fueron mayores que las estimadas con MCO, mientras que los patrones de comparación entre valores observados y ajustados, y el error absoluto medio, fueron comparables entre ambos métodos.

Conclusiones. Aunque las pendientes coinciden con la teoría clásica de autoaclareo, los cambios en las ordenadas al origen indican efectos ecológicos sobre el potencial de crecimiento. Los resultados respaldan el uso de EMR para la estimación de RDTM, donde DCM y APH presentan variabilidad y contribuyen al manejo silvícola de densidad, específico para cada zona.

Palabras clave: alometría, gradientes ecológicos, productividad forestal, autoaclareo, silvicultura.

Please cite this article as follows (APA 7): Bueno-López, S. W., Caraballo-Rojas, L. R., & Torres-Herrera, J. G. (2026). Differences in the maximum size–density relationship of *Pinus occidentalis* Swartz within three humidity gradients. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 32, e26004. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2026.01.004>



Introduction

Maximum size–density relationships (MSDR) are essential for understanding forest dynamics and informing silvicultural practices (Lee & Choi, 2019; Lee et al., 2025). They establish the upper limit of stand density for a specific tree size, according to the self-thinning rule (Reineke, 1933; Yoda et al., 1963), which predicts a decline in tree density as the average tree size increases.

There are two classical models that describe self-thinning relationships. Reineke's stand density index (SDI) and Yoda's $-3/2$ self-thinning rule. In essence, these models are considered empirical size–density relationships, based primarily on ecological and geometric principles rather than on strictly theoretical models. In even-aged forests, the link between stand density and tree size has been described through empirical formulas, each calibrated with observational data and predicting different slopes in $\ln$ -transformed form (West & Ratkowski, 2025; Zhang et al., 2022).

Reineke's SDI, which uses quadratic mean diameter (QMD) and stand density expressed as trees per hectare (TPH), predicts a slope of -1.605 when $\ln$ (TPH) is expressed as a function of $\ln$ (QMD). On the other hand, the $-3/2$ power law proposed by Yoda et al. (1963) predicts a slope of -1.5 when biomass is related to density. When expressed in reciprocal form as $\ln$ (QMD) versus $\ln$ (TPH), these values correspond approximately to -0.623 and -0.667 , respectively, which indicate differences in the assumptions regarding tree geometry, growth limitations, and resource distribution (Pretzsch et al., 2024). Reineke's SDI is grounded in empirical data that associate stem density, as a response variable, with QMD, as an explanatory variable, underscoring the structural constraints on stand occupancy. In contrast, the $-3/2$ Power Law, based on metabolic scaling theory, examines the relationship between biomass production and mortality. Consequently, these models differ in their expected slopes and in their underlying assumptions regarding tree-size parameters, stand structure, and scaling behavior. This emphasizes the need to understand their conceptual basis when analyzing size–density relationships.

To model MSDR, ordinary least squares (OLS) and reduced major axis (RMA) regression employ different statistical approaches: OLS minimizes vertical deviations under a stochastic error model for the response variable, whereas RMA estimates a structural relationship by treating variability in both variables symmetrically (Smith, 2009; Sokal & Rohlf, 1981). RMA regression provides a more appropriate approach because it treats both variables equivalently, ensures scale invariance, and more accurately reflects biological constraints, rather than simply predicting one variable from the

Introducción

Las relaciones densidad-tamaño máximas (RDTM) son fundamentales para comprender la dinámica de los bosques y orientar las prácticas silvícolas (Lee & Choi, 2019; Lee et al., 2025). Estas relaciones definen el límite máximo de densidad de rodal para un tamaño determinado de árbol, de acuerdo con la regla del autoaclareo (Reineke, 1933; Yoda et al., 1963), la cual predice disminución de densidad arbórea conforme aumenta el tamaño promedio de los árboles.

Existen dos modelos clásicos que describen las relaciones de autoaclareo: el índice de densidad de rodal de Reineke (IDR) y la regla de autoaclareo de $-3/2$ de Yoda. En esencia, estos modelos se consideran relaciones empíricas entre tamaño y densidad, fundamentadas principalmente en principios ecológicos y geométricos más que en modelos teóricos estrictos. En rodales coetáneos, la relación entre densidad y tamaño se ha descrito mediante ecuaciones empíricas, cada una de ellas calibrada con datos observacionales y caracterizada por una pendiente distinta cuando las variables se expresan en escala logarítmica natural ($\ln$) (West & Ratkowski, 2025; Zhang et al., 2022).

El IDR de Reineke, que utiliza el diámetro cuadrático medio (DCM) y la densidad de rodal representada como árboles por hectárea (APH), predice una pendiente de -1.605 cuando $\ln$ (APH) se expresa como una función de $\ln$ (DCM). Por su parte, la ley de potencia de $-3/2$ propuesta por Yoda et al. (1963) predice una pendiente de -1.5 cuando la biomasa se relaciona con la densidad. Al expresarse en forma recíproca como $\ln$ (DCM) en función de $\ln$ (APH), estos valores corresponden aproximadamente a -0.623 y -0.667 , respectivamente, los cuales indican diferencias en los supuestos asociados con la geometría de los árboles, las limitaciones de crecimiento y la distribución de los recursos (Pretzsch et al., 2024). El IDR de Reineke se basa en evidencia empírica que relaciona la densidad de tallos, considerada como variable respuesta, con el DCM como variable explicativa, destacando las restricciones estructurales que condicionan la ocupación del rodal. Por el contrario, la ley de potencia de $-3/2$, basada en la teoría del escalamiento metabólico, examina la relación entre la producción de biomasa y la mortalidad. En consecuencia, estos modelos presentan diferencias en las pendientes esperadas y variaciones en sus supuestos fundamentales con respecto a los parámetros de tamaño de los árboles, la estructura del rodal y el comportamiento de escalamiento. Esto resalta la importancia de comprender sus fundamentos conceptuales al analizar las relaciones entre tamaño y densidad.

Para modelar la RDTM, la regresión por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y por eje mayor reducido (EMR) emplean enfoques estadísticos diferentes: MCO minimiza las desviaciones verticales bajo un modelo estocástico de error para la variable de respuesta, mientras que EMR

other (Smith, 2009). Scale invariance refers to the property that RMA slope estimates remain unchanged under linear rescaling of either variable.

Environmental context is also a determining factor in MSDR. Holdridge's (1987) life zone classification uses temperature, precipitation, and evapotranspiration to establish ecologically relevant units. These zones reflect climatic factors that affect tree growth, competition, and mortality, thereby enhancing the accuracy of MSDR by integrating site-specific environmental differences. Within the study area, five Holdridge life zones are present; three were selected for this analysis based on the distribution of *P. occidentalis*. These include: the Dry Ecological Zone (DEZ), corresponding to Subtropical Dry Forest; the Intermediate Ecological Zone (IEZ), representing Subtropical Humid Forest; and the Humid Ecological Zone (HEZ), classified as Very Humid Subtropical Forest.

P. occidentalis is an ecologically and economically important species of Hispaniola Island, for which no species-specific MSDR has ever been established. It is the most abundant species capable of successfully growing in and protecting the acidic, shallow, and infertile sandy soils that characterize the steep slopes of the mountain ranges (Bueno-López et al., 2024).

Although the MSDR has been widely applied in temperate and boreal forests, species-specific MSDR remain poorly documented for tropical pines. In particular, no MSDR has previously been established for *P. occidentalis*, an ecologically dominant species in the Cordillera Central of Hispaniola. Moreover, few studies have explicitly examined whether ecological gradients modify the position or geometry of self-thinning lines in tropical systems. Addressing this gap is essential for developing ecologically sound density-management guidelines and for understanding how site productivity and moisture availability influence competitive dynamics in tropical pine forests.

Our objectives were: 1) to model the MSDR of *P. occidentalis* using RMA regression models across dry, intermediate, and humid ecological zones, within La Sierra region, Santiago Province, Dominican Republic; 2) to assess whether the slope and intercept of QMD and stand density (trees per hectare, TPH), transformed using the natural logarithm [$\ln(\text{QMD}) - \ln(\text{TPH})$], differ among ecological zones; and 3) to compare the performance and estimates of RMA and OLS regression methods for modeling MSDR accounting for measurement error in QMD and TPH.

Materials and Methods

Study area

The study area is located within La Sierra region, Santiago Province, in the north-central part of Cordillera

estima una relación estructural al considerar la variabilidad presente en ambas variables de manera simétrica (Smith, 2009; Sokal & Rohlf, 1981). La regresión por EMR ofrece un enfoque más apropiado, ya que trata ambas variables de manera equivalente, garantiza la invariancia de escala y refleja las limitaciones biológicas con mayor precisión, en lugar de limitarse a predecir una variable a partir de otra (Smith, 2009). La invariancia de escala se refiere a la propiedad de que las estimaciones de la pendiente por EMR permanecen inalteradas ante un reescalamiento lineal de cualquiera de las dos variables.

El contexto ambiental también constituye un factor determinante en las RDTM. La clasificación de zonas de vida de Holdridge (1987) emplea variables como la temperatura, la precipitación y la evapotranspiración para definir unidades ecológicas con significado funcional. Estas zonas representan condiciones climáticas que afectan el crecimiento de los árboles, la competencia y la mortalidad, lo que contribuye a mejorar la precisión de RDTM al integrar las diferencias ambientales específicas de cada sitio. En el área de estudio se encuentran cinco zonas de vida de Holdridge; para este análisis se seleccionaron tres en función de la distribución de *P. occidentalis*. Estas corresponden a la Zona Ecológica Seca (ZES) que describe al Bosque Seco Subtropical; la Zona Ecológica Intermedia (ZEI) que representa al Bosque Húmedo Subtropical; y la Zona Ecológica Húmeda (ZEH) clasificada como Bosque Muy Húmedo Subtropical.

P. occidentalis es una especie de gran importancia ecológica y económica para la isla La Española, para la que no se ha establecido un modelo específico de RDTM. Es la especie más abundante y una de las pocas capaces de crecer satisfactoriamente y proteger los suelos arenosos, ácidos, poco profundos e infértiles que caracterizan las laderas escarpadas de los sistemas montañosos de la isla (Bueno-López et al., 2024).

Si bien, el modelo RDTM ha sido aplicado ampliamente en bosques templados y boreales, su desarrollo a nivel de especie continúa siendo limitado en el caso de los pinos tropicales. Hasta la fecha no se ha desarrollado una RDTM para *P. occidentalis*, una especie ecológicamente dominante en la Cordillera Central de La Española. Además, son pocos los estudios que han analizado explícitamente si los gradientes ecológicos modifican la posición o la geometría de las líneas de autoaclareo en los ecosistemas tropicales. Es fundamental abordar esta brecha de conocimiento para desarrollar criterios de manejo de la densidad con fundamento ecológico y para comprender la influencia de la productividad del sitio y la disponibilidad de humedad sobre la dinámica competitiva en los bosques tropicales de pino.

Los objetivos de estudio fueron: 1) modelar la relación densidad-tamaño máxima (RDTM) de *P. occidentalis* mediante modelos de regresión por eje mayor reducido (EMR) en la

Central, DR, covering approximately 1800 km² (Figure 1). According to the Holdridge (1987) classification system, which incorporates climatic variables such as mean annual biotemperature, total annual precipitation, and potential evapotranspiration, even-aged natural stands of *P. occidentalis* in the study are located within three ecological zones. These include Dry Ecological Zone (DEZ), corresponding to Subtropical Dry Forest; the Intermediate Ecological Zone (IEZ), representing Subtropical Humid Forest; and the Humid Ecological Zone (HEZ), classified as Very Humid Subtropical Forest are found at average elevations of 500, 650, and 800 m, respectively (Bueno-López, 2024). The average annual temperatures are 24 °C in DEZ and in IEZ, and 22 °C in the HEZ. Following the same order, their typical yearly rainfall ranges from 800 to 1000 mm, 1000 to 2000 mm, and 1200 to 1600 mm. These forests usually develop in shallow, carbonate, lateritic, low-producing soils with rugged topography. Plots were assigned to zones based on their georeferenced location and corresponding climatic data using GIS overlays of Holdridge life zones.

zona ecológica seca, intermedia y húmeda en la región de La Sierra, provincia de Santiago, República Dominicana; 2) evaluar si la pendiente y el intercepto del DCM y la densidad del rodal (árboles por hectárea, APH), transformados mediante logaritmo natural [$\ln(\text{DCM}) - \ln(\text{APH})$], difieren entre las zonas ecológicas; y 3) comparar el desempeño y las estimaciones de los métodos de regresión por EMR y MCO para modelar la RDTM, considerando la presencia de error de medición en DCM y APH.

Materiales y métodos

Área de estudio

El área de estudio se localiza en la región de La Sierra, provincia de Santiago, en la parte centro-norte de la Cordillera Central, República Dominicana, y abarca aproximadamente 1800 km² (Figura 1). De acuerdo con el sistema de clasificación de Holdridge (1987), el cual incorpora variables climáticas como la biotemperatura media anual, la precipitación total anual y la evaporación

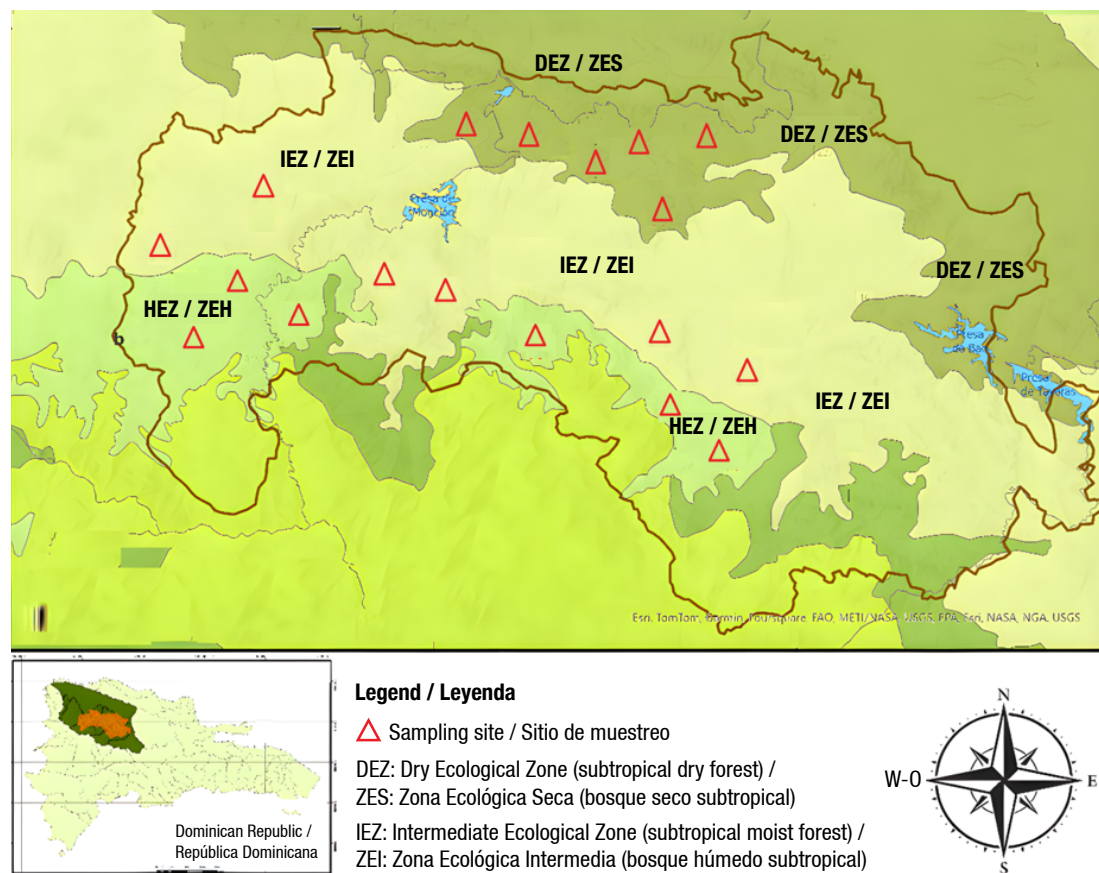


Figure 1. Sampling sites in La Sierra, Dominican Republic were selected to compare stand structure and density in the self-thinning relationships of *Pinus occidentalis* under contrasting humidity gradients (dry, intermediate, and wet ecological zones).

Figura 1. Sitios de muestreo en La Sierra, República Dominicana, para comparar la estructura y densidad del rodal en las relaciones de autoaclareo de *Pinus occidentalis* bajo gradientes contrastantes de humedad (zonas ecológicas seca, intermedia y húmeda).

Data sources

In each ecological zone (DEZ, IEZ, and HEZ), six even-aged forests dominated by *P. occidentalis* were randomly selected. Each forest comprised multiple stands of similar age and structure. Within each forest, between one and five temporary circular plots (350 m²) were established, resulting in a total of 64 plots in the DEZ, 63 plots in the IEZ, and 60 plots in the HEZ.

Within each plot, all trees with diameter at breast height (dbh) ≥ 10 cm were measured. Measurements included dbh, from which quadratic mean diameter (QMD) was calculated, and tree counts used to derive stand density (trees·ha⁻¹, TPH). All trees present in each plot were included; no trees were excluded based on health status or crown class, as MSDR analysis requires full representation of stand structure. Descriptive statistics for the plots in each ecological zone are presented in Table 1.

Maximum size-density relationships

Data Transformation

To evaluate the relationship between stand structure and density, the QMD (cm) and stand density (trees per hectare, TPH) were transformed using the natural

potencial, los rodales naturales coetáneos de *P. occidentalis* en el área de estudio se localizan en tres zonas ecológicas. Entre ellas se incluye la zona ecológica seca (ZES) que corresponde al bosque seco subtropical; la zona ecológica intermedia (ZEI) que representa el bosque húmedo subtropical; y la zona ecológica húmeda (ZEH), clasificada como bosque muy húmedo subtropical, que se encuentran a altitudes promedio de 500, 650 y 800 m, respectivamente (Bueno-López, 2024). Las temperaturas medias anuales son 24 °C en la ZES y ZEI y 22 °C en la ZEH. Siguiendo el mismo orden, la precipitación anual típica varía de 800 a 1000 mm, de 1000 a 2000 mm y de 1200 a 1600 mm. Estos bosques suelen desarrollarse sobre suelos poco profundos, carbonatados, lateríticos y con baja fertilidad, con topografía accidentada. Las parcelas se asignaron a las zonas con base en su ubicación georreferenciada y datos climáticos correspondientes, utilizando superposiciones SIG de las zonas de vida de Holdridge.

Fuente de datos

En cada zona ecológica (ZES, ZEI y ZEH) se seleccionaron aleatoriamente seis bosques coetáneos dominados por *P. occidentalis*. Cada bosque conformado por múltiples rodales de edad y estructura similares. En estos bosques se establecieron entre una y cinco parcelas temporales circulares (350 m²), lo que dio como resultado un total de 64 parcelas en ZES, 63 parcelas en ZEI y 60 parcelas en ZEH.

Table 1. Descriptive statistics of *Pinus occidentalis* stand variables in the dry ecological zone (DEZ), intermediate ecological zone (IEZ), and humid ecological zone (HEZ) in La Sierra, Dominican Republic.

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de las variables del rodal de *Pinus occidentalis* en la zona ecológica seca (ZES), intermedia (ZEI) y húmeda (ZEH) en La Sierra, República Dominicana.

Ecological Zone / Zona ecológica	Number of stands / Número de rodales	Variables	Mean / Media	SD / DE	Minimum / Mínimo	Maximum / Máximo
DEZ / ZES	64	TPH (trees·ha ⁻¹) / APH (árboles·ha ⁻¹)	344	191	114	1238
		BA (m ² ·ha ⁻¹) / AB (m ² ·ha ⁻¹)	12.31	4.43	4.36	26.41
		QMD (cm) / DCM (cm)	22.25	4.17	14.25	35.01
IEZ / ZEI	63	TPH (trees·ha ⁻¹) / APH (árboles·ha ⁻¹)	627	400	200	2400
		BA (m ² ·ha ⁻¹) / AB (m ² ·ha ⁻¹)	22.84	6.69	14.39	50.44
		QMD (cm) / DCM (cm)	23.49	6.03	11.27	36.93
HEZ / ZEH	60	TPH (trees·ha ⁻¹) / APH (árboles·ha ⁻¹)	822	522	276	2603
		BA (m ² ·ha ⁻¹) / AB (m ² ·ha ⁻¹)	30.12	12.25	14.75	84.62
		QMD (cm)	23.83	6.77	11.36	37.97

SD: standard deviation, TPH: trees per ha, BA: total basal area, QMD: quadratic mean tree diameter.

DE: desviación estándar, APH: árboles por ha, AB: área basal total, DCM: diámetro cuadrático medio.

logarithm. This transformation was applied to linearize the allometric relationship between tree size and stand density and to stabilize variance across the dataset. In the reciprocal formulation adopted here, $\ln(\text{QMD})$ was treated as the response variable and $\ln(\text{TPH})$ as the explanatory variable.

Regression Approach

Although Reineke's (1933) original formulation expresses $\ln(\text{TPH})$ as a function of $\ln(\text{QMD})$, the reciprocal formulation – $\ln(\text{QMD})$ as a function of $\ln(\text{TPH})$ – was adopted in this study. This transformation is algebraically equivalent and has been widely used in diameter-based MSDR analyses to facilitate interpretation of vertical shifts in size–density trajectories. Importantly, this formulation does not imply a causal direction from density to diameter, but represents the same self-thinning boundary expressed in reciprocal form. RMA regression was used to estimate MSDR because both $\ln(\text{QMD})$ and $\ln(\text{TPH})$ reflect random variability in the relationship and biological variability. RMA is therefore appropriate for estimating structural allometric boundaries rather than predictive relationships. While no single method is universally optimal, RMA provides a transparent and biologically interpretable framework consistent with much of the MSDR literature. The RMA model tested was:

$$\ln(\text{QMD}) = \hat{\alpha}_{\text{RMA}} + \hat{\beta}_{\text{RMA}} * \ln(\text{TPH}) + \epsilon$$

where,

ϵ = error term representing stochastic variability

$\hat{\alpha}_{\text{RMA}}$ = RMA intercept

$\hat{\beta}_{\text{RMA}}$ = RMA slope.

The intercept was calculated using the mean-centered formulation:

$$\hat{\alpha}_{\text{RMA}} = \overline{\ln(\text{QMD})} - (\hat{\beta}_{\text{RMA}} * \overline{\ln(\text{TPH})})$$

The RMA slope was calculated as:

$$\hat{\beta}_{\text{RMA}} = \text{sign}(r) * \frac{S_y}{S_x}$$

where,

r = the Pearson correlation coefficient between $\ln(\text{QMD})$ and $\ln(\text{TPH})$,

$S_{\ln(\text{QMD})}$ and $S_{\ln(\text{TPH})}$ = the sample standard deviations (Solomon & Zhang, 2002).

The standard error (SE) of the RMA slope was estimated using the delta method as:

$$SE(\hat{\beta}_{\text{RMA}}) = \hat{\beta}_{\text{RMA}} * \sqrt{\frac{(1 - r^2)}{(n - 2)}}$$

En cada parcela se midieron todos los árboles con diámetro a la altura del pecho (DAP) ≥ 10 cm. A partir de las mediciones del DAP, se calculó el diámetro cuadrático medio (DCM), mientras que el conteo de árboles se utilizó para determinar la densidad del rodal (árboles·ha⁻¹, APH). Se incluyeron todos los árboles presentes en cada parcela, sin excluir alguno en función de su estado sanitario o de su clase de copa, ya que el análisis de RDTM requiere una presentación completa de la estructura del rodal. Las estadísticas descriptivas de las parcelas en cada zona ecológica se presentan en el Cuadro 1.

Relaciones de densidad-tamaño máximas

Transformación de datos

Para evaluar la relación entre la estructura del rodal y la densidad, el DCM (cm) y la densidad del rodal (árboles por hectárea, APH) se transformaron mediante el logaritmo natural. Esta transformación se aplicó para linealizar la relación alométrica entre el tamaño de los árboles y la densidad del rodal, y para estabilizar la varianza del conjunto de datos. En la formulación recíproca adoptada en este estudio, $\ln(\text{DCM})$ se consideró como la variable de respuesta e $\ln(\text{APH})$ como la variable explicativa.

Método de regresión

Aunque la formulación original de Reineke (1933) expresa $\ln(\text{APH})$ como una función de $\ln(\text{DCM})$, en este estudio se adoptó la formulación recíproca: $\ln(\text{DCM})$ como función de $\ln(\text{APH})$. Esta transformación es algebraicamente equivalente y se ha utilizado en análisis del modelo RDTM basados en el diámetro, para facilitar la interpretación de desplazamientos verticales en trayectorias de densidad-tamaño. Es importante destacar que esta formulación no implica una relación causal de la densidad hacia el diámetro, sino que representa el mismo límite de autoaclareo expresado en forma recíproca.

La regresión por EMR se utilizó para estimar la RDTM, ya que tanto $\ln(\text{DCM})$ como $\ln(\text{APH})$ reflejan variabilidad aleatoria y variabilidad biológica en la relación. Por lo tanto, el EMR es adecuado para estimar límites alométricos estructurales en lugar de relaciones predictivas. Aunque ningún método individual es universalmente óptimo, el EMR proporciona un marco transparente y biológicamente interpretable, coherente con gran parte de la bibliografía sobre RDTM. El modelo EMR evaluado fue:

$$\ln(\text{DCM}) = \hat{\alpha}_{\text{EMR}} + \hat{\beta}_{\text{EMR}} * \ln(\text{APH}) + \epsilon$$

donde,

ϵ = término de error que representa la variabilidad estocástica

$\hat{\alpha}_{\text{EMR}}$ = intercepto del EMR

$\hat{\beta}_{\text{EMR}}$ = pendiente del EMR.

This approach provides an approximation of the variance of the slope accounting for sampling uncertainty (Sokal & Rohlf, 1981). Ninety-five percent confidence intervals were computed using the t-distribution with n-2 degrees of freedom.

Statistical Comparisons

To assess the differences in self-thinning trajectories among ecological zones, pairwise comparisons of RMA slope and intercept estimates were conducted using independent-sample t-tests following methods outlined in Sokal and Rohlf (1981). These tests were employed to determine whether the observed disparities in scaling relationships between zones were statistically significant.

Additionally, OLS regressions were conducted for comparison with the RMA models to assess differences in slope estimates and their uncertainties. While OLS aims to minimize deviations in the response variable, RMA estimates a symmetric structural relationship. Consequently, differences in the slopes highlight the statistical goals of each method rather than issues with model assumptions.

To express the relationship between $\ln(QMD)$ and $\ln(TPH)$ the OLS regression model used in each zone was:

$$\ln(QMD) = \hat{\alpha}_{OLS} + \hat{\beta}_{OLS} * \ln(TPH) + \epsilon$$

where,

$\hat{\alpha}_{OLS}$ = OLS intercept

$\hat{\beta}_{OLS}$ = OLS slope

ϵ = error term representing stochastic variability.

All analyses were performed on the same subset of plots with relative density values exceeding 0.7, approaching full site occupancy. Relative density was calculated as the ratio between observed stand density and the estimated maximum stand density derived from the self-thinning boundary. Model diagnostics involved residual inspection and comparison of observed versus fitted values. The Absolute Mean Error (MAE) was used as a descriptive measure of model performance.

Residual analyses were conducted to assess model fit and detect potential outliers or violations of model assumptions. Plots of residuals versus fitted values were inspected for each zone to confirm homoscedasticity and linearity. This same subset of plots was used consistently for both RMA and OLS regression analyses to ensure direct comparability of slope estimates.

All analyses were conducted using IBM SPSS (IBM Corp., 2020) and Microsoft Excel (Microsoft 365 Subscription). Figures and regression plots were generated with these two software programs.

El intercepto se calculó con la fórmula centrada en la media:

$$\hat{\alpha}_{EMR} = \overline{\ln(DCM)} - (\hat{\beta}_{EMR} * \overline{\ln(APH)})$$

La pendiente del EMR se calculó como:

$$\hat{\beta}_{EMR} = \text{sign}(r) * \frac{S_y}{S_x}$$

donde,

r = coeficiente de correlación de Pearson entre $\ln(DCM)$ y $\ln(APH)$

$S_{\ln(DCM)}$ y $S_{\ln(APH)}$ = desviaciones estándar de la muestra (Solomon & Zhang, 2002).

El error estándar (EE) de la pendiente del EMR se estimó con el método delta de la siguiente manera:

$$EE(\hat{\beta}_{EMR}) = \hat{\beta}_{EMR} * \sqrt{\frac{(1 - r^2)}{(n - 2)}}$$

Este método proporciona una aproximación de la varianza de la pendiente, teniendo en cuenta la incertidumbre del muestreo (Sokal & Rohlf, 1981). Los intervalos de confianza del 95 % se calcularon utilizando la distribución t con n-2 grados de libertad.

Comparaciones estadísticas

Para evaluar las diferencias en las trayectorias de autoaclareo entre las zonas ecológicas, se realizaron comparaciones por pares de las estimaciones de la pendiente y el intercepto del EMR mediante pruebas t para muestras independientes, siguiendo los métodos descritos por Sokal y Rohlf (1981). Estas pruebas se utilizaron para determinar si las discrepancias observadas en las relaciones de escalamiento entre las zonas eran estadísticamente significativas.

Además, se hicieron regresiones MCO para compararlas con los modelos EMR y evaluar las diferencias en las estimaciones de la pendiente y sus incertidumbres. Mientras que el método MCO busca minimizar las desviaciones en la variable de respuesta, el método EMR estima una relación estructural simétrica. Por lo tanto, las diferencias en las pendientes reflejan los objetivos estadísticos de cada método, en lugar de indicar los problemas relacionados con los supuestos del modelo.

Para describir la relación entre $\ln(DCM)$ y $\ln(APH)$, se aplicó el modelo de regresión por MCO en cada zona de la siguiente manera:

$$\ln(DCM) = \hat{\alpha}_{MCO} + \hat{\beta}_{MCO} * \ln(APH) + \epsilon$$

donde,

$\hat{\alpha}_{MCO}$ = intercepto MCO

$\hat{\beta}_{MCO}$ = pendiente MCO

ϵ = término de error que representa la variabilidad estocástica.

Results and discussion

Reduced major axis regression intercepts and slopes comparison among ecological zones

Table 2 presents the descriptive statistics of ln(QMD) and ln(TPH), for plots with a relative density (RD > 0.7), which are assumed to be experiencing self-thinning. It provides context for the variability and range of input values used in the RMA regression analyses.

Table 3 presents the slope and intercept coefficients from the RMA regression models, describing the relationship between ln(QMD) and ln(TPH) for full-population, even-aged *P. occidentalis* stands with RD > 0.7 across the three ecological zones. Overall, the RMA-estimated slopes indicate that the negative size–density relationship progressively strengthens from the DEZ to the HEZ.

Todos los análisis se hicieron utilizando el mismo subconjunto de parcelas con valores de densidad relativa superiores a 0.7, aproximándose a la ocupación total del sitio. La densidad relativa se calculó como la relación entre la densidad observada y la densidad máxima estimada, derivada del límite de autoaclareo. Los diagnósticos del modelo incluyeron la inspección de residuos y la comparación entre valores observados y valores ajustados. El error medio absoluto (MAE, por sus siglas en inglés) se utilizó como medida descriptiva del desempeño del modelo.

Los residuales se analizaron para evaluar el ajuste del modelo e identificar posibles valores atípicos o incumplimientos de los supuestos del modelo. Para cada zona, se examinaron los gráficos residuales frente a valores ajustados con el fin de confirmar la homocedasticidad y linealidad. Este mismo subconjunto de gráficos se utilizó de manera consistente tanto para

Table 2. Descriptive statistics for quadratic mean diameter (QMD) and stand density expressed as trees per hectare (TPH), with both variables transformed using the natural logarithm (ln), by ecological zone of *Pinus occidentalis* in La Sierra, Dominican Republic.

Cuadro 2. Estadísticos descriptivos del diámetro cuadrático medio (DCM) y de la densidad del rodal representada en árboles por hectárea (APH), ambas variables transformadas con logaritmo natural (ln), por zona ecológica de *Pinus occidentalis* en La Sierra, República Dominicana.

Zone / Zona	n	ln(QMD) / ln(DCM)				ln(TPH) / ln(APH)			
		Mean / Media	SD / DE	min / mín	max / máx	Mean / Media	SD / DE	min / mín	max / máx
DEZ / ZES	5	3.09	0.33	2.70	3.47	6.40	0.64	5.69	7.12
HEZ / ZEH	4	2.99	0.28	2.71	3.38	7.51	0.32	7.13	7.86
IEZ / ZEI	7	3.07	0.43	2.42	3.61	6.88	0.64	5.98	7.78

Values represent sample size (n), standard deviation (SD), minimum (min), and maximum (max). Ecological zones: dry (DEZ), intermediate (IEZ), and humid (HEZ). Los valores representan el tamaño de la muestra (n), la desviación estándar (DE), el valor mínimo (mín) y el valor máximo (máx). Zonas ecológicas: seca (ZES), intermedia (ZEI) y húmeda (ZEH).

Table 3. Estimated slope and intercept parameters for the maximum size–density relationship, obtained using reduced major axis regression, describing the relationship between the natural logarithm of quadratic mean diameter [ln(QMD), response variable] and the natural logarithm of stand density expressed as trees per hectare [ln(TPH), explanatory variable] across the three ecological zones of *Pinus occidentalis*.

Cuadro 3. Parámetros estimados de la pendiente y el intercepto de la relación densidad-tamaño máxima, obtenidos mediante regresión por eje mayor reducido, que describen la relación entre logaritmo natural del diámetro cuadrático medio [ln DCM, variable de respuesta] y logaritmo natural de la densidad del rodal representada como árboles por hectárea [ln APH, variable explicativa) en las tres zonas ecológicas de *Pinus occidentalis*.

Ecological Zone / Zona ecológica	Parameter / Parámetro	Coefficient / Coeficiente	Standard Error / Error estándar	95 % Confidence Interval / Intervalo de confianza (95 %)
DEZ / ZES	Intercept / Intercepto	6.355	–	–
	ln(TPH) / ln(APH)	–0.510	0.043	[–0.648, –0.371]
IEZ / ZEI	Intercept / Intercepto	7.671	–	–
	ln(TPH) / ln(APH)	–0.669	0.058	[–0.818, –0.521]
HEZ / ZEH	Intercept / Intercepto	9.706	–	–
	ln(TPH) / ln(APH)	–0.894	0.157	[–1.568, –0.221]

DEZ: dry ecological zone, IEZ: intermediate ecological zone, HEZ: humid ecological zone.
ZES: zona ecológica seca, ZEI: zona ecológica intermedia, ZEH: zona ecológica húmeda.

The standard errors of the RMA slopes and the confidence intervals were estimated using the delta method, whereas the intercepts were obtained from the slope and the means of $\ln(\text{QMD})$ and $\ln(\text{TPH})$. The estimated slope for DEZ was -0.510 , indicating a moderate inverse relationship between stand density and QMD. In IEZ, the slope was -0.669 , reflecting a stronger inverse relationship, whereas the steepest slope was observed in the HEZ (-0.894), indicating a more pronounced decrease in average tree size as stand density increases.

The relationship between $\ln(\text{QMD})$ and $\ln(\text{TPH})$ was examined visually, first including all plots in each zone (Figure 2) and second, only considering plots with $\text{RD} > 0.7$ (Figure 3). Distinct scatter points and corresponding RMA regression lines represent each zone. The steeper slope in the HEZ confirms corresponding coefficient values that indicate a more pronounced decline in mean tree size with increasing stand density, consistent with self-thinning dynamics in more humid environments.

Figure 3 corroborates the pattern observed in Figure 2; the steeper slope in the WEZ suggests a more pronounced decrease in mean tree size as stand density increases, consistent with self-thinning dynamics characteristic of more humid environments.

Differences in self-thinning relationships among ecological zones

Pairwise comparisons of RMA slopes revealed no statistically significant differences ($\alpha = 0.05$) among the ecological zones (Table 4). The slope for the intermediate ecological zone (IEZ; -0.669) did not differ significantly from that of the dry ecological zone (DEZ; -0.510) [$t(3) = 2.21$, $p = 0.115$]. Similarly, comparisons between the slope for humid ecological zone (HEZ; -0.894) and those for the DEZ and IEZ revealed no statistically significant differences ($p = 0.145$ and 0.310 , respectively).

Pairwise comparisons of the RMA regression intercepts showed significant differences between ecological zones (Table 4). The intercept for the IEZ (7.671) was significantly higher [$t(3) = -34.42$, $p < 0.001$] than that of the DEZ (6.355). Similarly, the HEZ had a significantly greater intercept (9.706) than both the DEZ [$t(2) = -80.73$, $p < 0.001$] and IEZ [$t(2) = -42.81$, $p < 0.001$]. These differences reflect upward vertical shifts in the $\ln(\text{QMD})$ – $\ln(\text{TPH})$ relationship, consistent with higher mean tree sizes at equivalent stand densities in more humid zones.

The slopes reported here are expressed using the reciprocal formulation of the size–density relationship, with $\ln(\text{QMD})$ modeled as a function of $\ln(\text{TPH})$. In this formulation, the classic Reineke self-thinning slope of -1.605 for $\ln(\text{TPH})$ versus $\ln(\text{QMD})$ corresponds

los análisis de regresión por EMR como para los análisis por MCO, con el fin de garantizar la comparabilidad directa de las estimaciones de la pendiente.

Todos los análisis se realizaron con IBM SPSS (IBM Corp., 2020) y Microsoft Excel (Suscripción de Microsoft 365). Las figuras y los gráficos de regresión también se generaron con estos dos programas de *software*.

Resultados y discusión

Comparación de los interceptos y las pendientes de la regresión por eje mayor reducido entre zonas ecológicas

El Cuadro 2 presenta las estadísticas descriptivas de $\ln(\text{DCM})$ y de $\ln(\text{APH})$ para parcelas con densidad relativa ($\text{DR} > 0.7$), las cuales se asume que se encuentran en proceso de autoaclareo. Estas estadísticas proporcionan un contexto para la variabilidad y el rango de valores de entrada utilizados en los análisis de regresión por EMR.

El Cuadro 3 presenta los coeficientes de pendiente e intercepto obtenidos a partir de los modelos de regresión por EMR, que describen la relación entre $\ln(\text{DCM})$ y $\ln(\text{APH})$ para las parcelas de *P. occidentalis* con población completa y edad uniforme, con $\text{DR} > 0.7$ en las tres zonas ecológicas. En conjunto, las pendientes estimadas mediante EMR muestran que la relación negativa entre tamaño y densidad se intensifica progresivamente desde la zona ecológica seca (ZES) hasta la húmeda (ZEH).

Los errores estándar de la pendiente del EMR y los intervalos de confianza se estimaron mediante el método delta, mientras que los interceptos se obtuvieron a partir de la pendiente y las medias de $\ln(\text{DCM})$ y $\ln(\text{APH})$. La pendiente estimada para la ZES fue -0.510 , la cual indica una relación inversa moderada entre la densidad del rodal y el DCM. En la ZEI, la pendiente fue -0.669 , que refleja una relación inversa más fuerte, mientras que la pendiente más pronunciada se observó en la ZEH (-0.894), la cual señala una disminución más marcada del tamaño promedio de los árboles a medida que la densidad aumenta.

La relación entre $\ln(\text{DCM})$ y $\ln(\text{APH})$ se examinó también de forma visual considerando primero todas las parcelas de cada zona (Figura 2) y, posteriormente, únicamente aquellas parcelas con $\text{DR} > 0.7$ (Figura 3). Los puntos de dispersión y sus líneas de regresión correspondientes por EMR representan cada una de las zonas. La pendiente más pronunciada en la zona ZEH confirma los valores de los coeficientes estimados, los cuales indican disminución más pronunciada del tamaño medio de los árboles a medida que la densidad aumenta, lo que concuerda con la dinámica de autoaclareo propia de ambientes más húmedos.

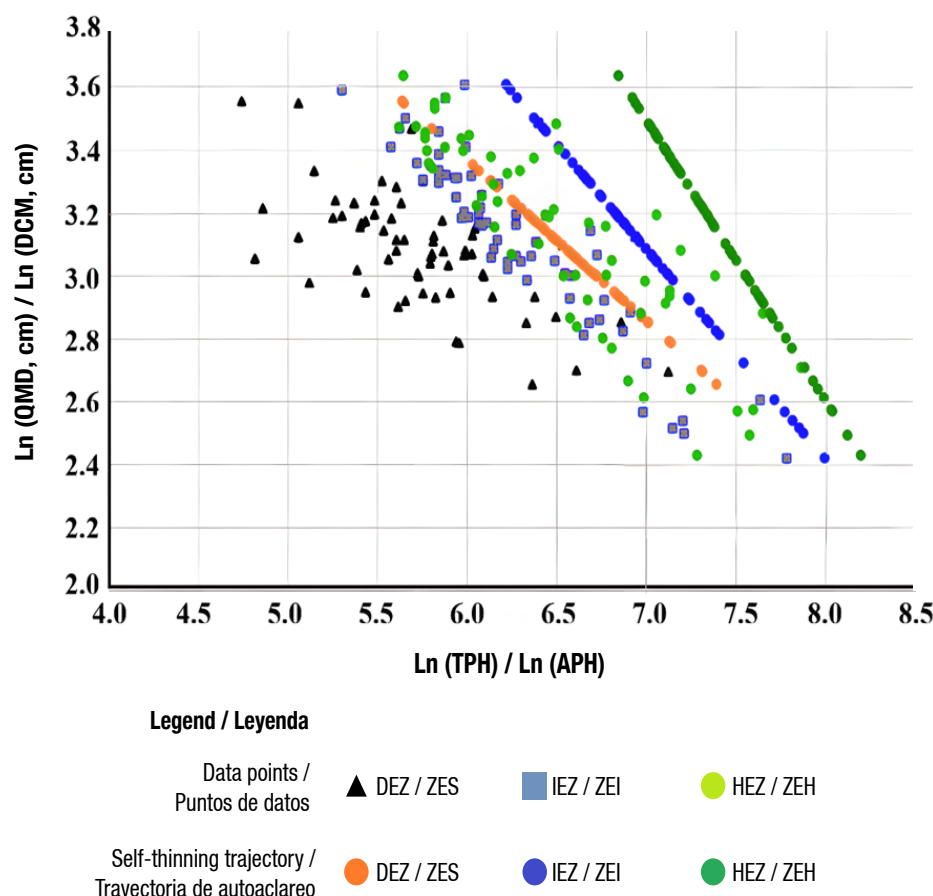


Figure 2. Relationship between quadratic mean diameter (QMD) and stand density expressed as trees per hectare (TPH), with both variables transformed using the natural logarithm (ln), across the ecological zones of *Pinus occidentalis* in La Sierra, Dominican Republic. Data points represent plots located in the dry (DEZ), intermediate (IEZ), and humid (HEZ) ecological zones. Consecutive points connected by lines represent the zone-specific self-thinning trajectories estimated using reduced major axis regression models.

Figura 2. Relación entre el diámetro cuadrático medio (DCM) y de la densidad del rodal representada en árboles por hectárea (APH), ambas variables transformadas con logaritmo natural (ln), en las zonas ecológicas de *Pinus occidentalis* en La Sierra, República Dominicana. Los puntos de datos representan las parcelas ubicadas en las zonas ecológicas seca (ZES), intermedia (ZEI) y húmeda (ZEH). Los puntos consecutivos conectados por las líneas representan las trayectorias de autoaclareo específicas para cada zona, estimadas mediante modelos de regresión por eje mayor reducido.

to a reciprocal slope of approximately -0.623 when expressed as $\ln(\text{QMD})$ versus $\ln(\text{TPH})$. The RMA slope estimates obtained for the DEZ (-0.510), IEZ (-0.669), and HEZ (-0.894), therefore, fall within, or reasonably close to, the range expected from established self-thinning theory, particularly given ecological variability and sample size limitations. Comparable reciprocal slopes have been reported for conifer-dominated stands in temperate systems, including values between -0.59 and -0.78 for *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco, *Tsuga heterophylla* (Raf.) Sarg., and *Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook. forests (Han et al., 2024; Heiderman & Kimsey, 2021). Expressing slopes in reciprocal form does not alter the underlying biological interpretation of self-thinning; rather, it provides an alternative

La Figura 3 corrobora lo observado en la Figura 2; la pendiente más pronunciada en la ZEH sugiere una disminución más marcada del tamaño medio de los árboles a medida que la densidad aumenta, lo que concuerda con la dinámica de autoaclareo propia de ambientes más húmedos.

Diferencias en las relaciones de autoaclareo entre zonas ecológicas

Las comparaciones por pares de las pendientes por EMR no aportaron evidencia de diferencias estadísticamente significativas ($\alpha = 0.05$) entre las zonas ecológicas (Cuadro 4). La pendiente correspondiente a la ZEI (-0.669) no difirió significativamente de la respectiva a ZES (-0.510) [$t(3) =$

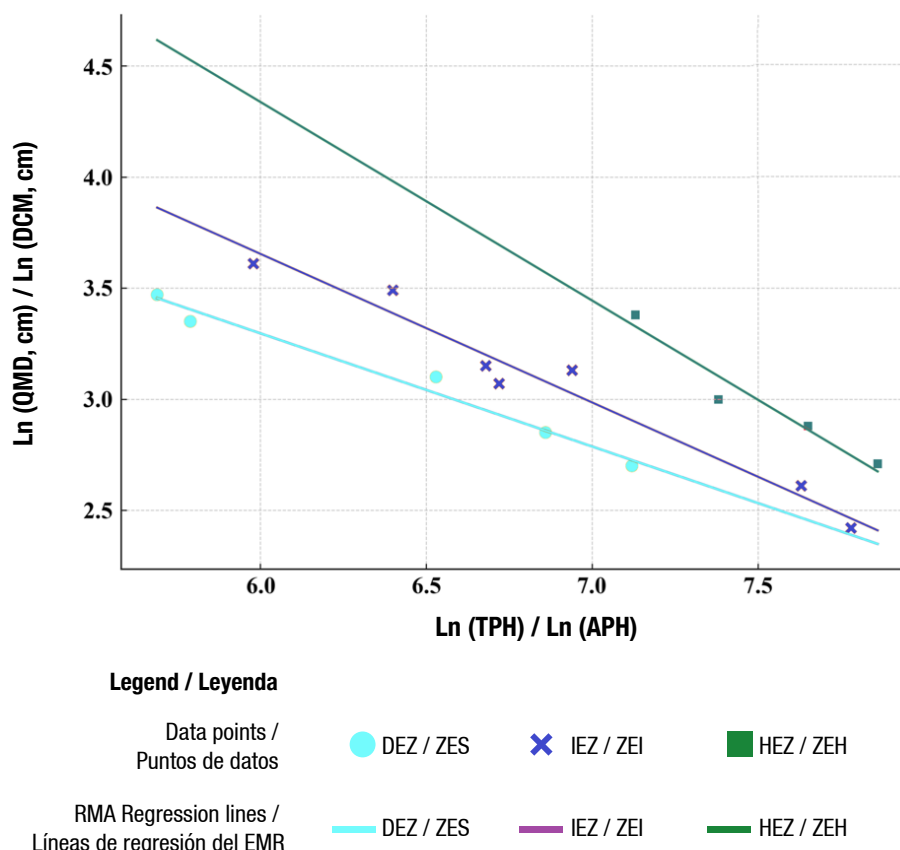


Figure 3. Relationship between the size of *Pinus occidentalis* trees, represented by the natural logarithm of quadratic mean diameter [Ln(QMD)], and stand density, represented by the natural logarithm of trees per hectare [Ln(TPH)]. Each colored line represents the EMR fit for the dry (DEZ), intermediate (IEZ), and humid (HEZ) ecological zones. Variation in the slopes among zones highlights differences in the relationships between stand density and tree size, consistent with the observed self-thinning patterns under different humidity conditions.

Figura 3. Relación entre el tamaño de los árboles de *Pinus occidentalis*, representado por el logaritmo natural del diámetro cuadrático medio [Ln(DCM)] y la densidad del rodal, representada por el logaritmo natural árboles por hectárea [Ln(APH)]. Cada línea de color representa el ajuste del EMR para las zonas ecológicas seca (ZES), intermedia (ZEI) y húmeda (ZEH). Las variaciones de las pendientes entre zonas resaltan las diferencias en las relaciones entre densidad y tamaño, lo que concuerda con los patrones de autoaclareo observados en condiciones distintas de humedad.

representation of the same boundary, facilitating comparisons of vertical shifts in size–density trajectories across ecological gradients.

Ordinary Least Squares vs. Reduced Major Axis Slope Differences

Table 5 below provides the Ordinary Least Squares (OLS) regression summary for plots with $RD > 0.7$ in each ecological zone (DEZ, IEZ, and HEZ). It includes estimated coefficients, standard errors, and R^2 values, which allow direct comparison with the RMA regression results (Table 6). The comparison of slopes indicated that the RMA estimates (Table 2) were consistently steeper than those obtained using OLS (Table 4), because the former method accounts for variance in both variables. The differences in slope estimates between OLS and RMA in this study arise from their distinct statistical objectives, not from

2.21, $p = 0.115$]. De manera similar, las comparaciones entre la pendiente de ZEH (−0.894) y las de ZES y ZEI tampoco mostraron diferencias estadísticamente significativas ($p = 0.145$ y 0.310 , respectivamente).

En contraste, las comparaciones por pares de interceptos en la regresión por EMR mostraron diferencias estadísticamente significativas entre las zonas ecológicas (Cuadro 4). El intercepto de la ZES (7.671) fue significativamente mayor [$t(3) = -34.42$, $p < 0.001$] que el de la ZEH (6.355). De manera similar, la ZEH presentó un intercepto significativamente mayor (9.706) en comparación con la ZES [$t(2) = -80.73$, $p < 0.001$] y la ZEI [$t(2) = -42.81$, $p < 0.001$]. Estas diferencias reflejan desplazamientos verticales ascendentes en la relación entre $\ln(\text{DCM})$ – $\ln(\text{APH})$, lo que concuerda con la presencia de árboles con mayor tamaño promedio para una misma densidad de rodal en zonas más húmedas.

Table 4. Summary of the independent Student’s t-tests comparing reduced major axis slopes and intercepts among the dry (DEZ), intermediate (IEZ) and humid (HEZ) ecological zones of *Pinus occidentalis* for the relationships between quadratic mean diameter [ln(QMD)] and stand density, expressed as number of trees per hectare [ln(TPH)], following natural logarithmic transformation.

Cuadro 4. Resumen de las pruebas t de Student independientes que comparan interceptos y pendientes del eje mayor reducido entre las zona ecológicas seca (ZES), intermedia (ZEI) y húmeda (ZEH) de *Pinus occidentalis* para las relaciones entre diámetro cuadrático medio [ln(DCM)] y densidad del rodal representada como número de árboles por hectárea [ln(APH)], transformadas mediante logaritmo natural.

Comparison / Comparación	Slope 1 / Pendiente 1	Slope 2 / Pendiente 2	SE of Difference / EE de la diferencia	t(df~3) / t(gl~3)	p-value / Valor p	t(df~2) / t(df~2)
DEZ vs. IEZ / ZES vs. ZEI	-0.509	-0.669	0.072	2.206	0.115	
DEZ vs. HEZ / ZES vs. ZEH	-0.509	-0.894	0.163		0.145	2.367
IEZ vs. HEZ / ZEI vs. ZEH	-0.669	-0.894	0.167		0.310	1.348
Comparison / Comparación	Intercept 1 / Intercepto 1	Intercept 2 / Intercepto 2	SE of Difference / EE de la diferencia	t(df~3)	p-value / Valor p	t(df~2)
DEZ vs. IEZ / ZES vs. ZEI	6.355	7.671	0.038	-34.419	0.0001	
DEZ vs. HEZ / ZES vs. ZEH	6.355	9.705	0.042		0.0002	-80.731
IEZ vs. HEZ / ZEI vs. ZEH	7.671	9.705	0.048		0.0005	-42.815

SE: standard error; df: degrees of freedom.
EE: error estándar; gl: grados de libertad.

conflicting biological meanings (Smith, 2009). OLS determines regression parameters by minimizing vertical differences in the response variable, assuming a stochastic error model (Sokal & Rohlf, 1981), while RMA captures a symmetric relationship by considering variability in both ln(QMD) and ln(TPH) (Warton et al., 2006). The choice of model form and fitting approach is known to influence coefficient estimates and derived stand density indices, particularly when nonlinear relationships are linearized, as shown through simulation studies of stand density models (Marchi, 2019). As a result, the two methods naturally produce different slopes when both variables vary, which is common in forest inventory data. Here, OLS serves as a reference point, whereas RMA helps define the structural boundary of the size–density relationship, aligning with prior MSDR research focused on boundary estimation rather than prediction (Solomon & Zhang, 2002).

In Figure 4, the consistently steeper RMA slopes indicate how the method accommodates variance in ln(QMD) and ln(TPH), providing a more accurate estimate of the size–density relationship in forest stands.

Residual Analysis and Model Fit

Pearson correlation coefficients (r) were above 0.96 in all zones, indicating strong linear relationships. Residual

Las pendientes presentadas en este estudio se expresan mediante la formulación recíproca de la relación densidad-tamaño, en la cual ln(DCM) se modela como función de ln(APH). En esta formulación, la pendiente clásica de autoaclareo de Reineke, con valor de –1.605 para la relación entre ln(APH) y ln(DCM), corresponde a una pendiente recíproca de aproximadamente –0.623 cuando la relación se expresa como ln(DCM) en función de ln(APH). Por lo tanto, las estimaciones de las pendientes obtenidas mediante EMR para la ZES (–0.510), ZEI (–0.669) y ZEH (–0.894) se encuentran dentro del intervalo esperado o razonablemente próximas a este, según la teoría establecida del autoaclareo, particularmente si se considera la variabilidad ecológica y las limitaciones del tamaño de la muestra. Pendientes recíprocas comparables se han documentado en rodales dominados por coníferas en ecosistemas templados, con valores que oscilan entre –0.59 y –0.78 para bosques de *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco, *Tsuga heterophylla* (Raf.) Sarg. y *Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook. (Han et al., 2024; Heiderman & Kimsey, 2021). La expresión de las pendientes mediante la formulación recíproca no altera la interpretación biológica subyacente del autoaclareo; más bien, ofrece una representación alternativa del mismo límite, lo que facilita la comparación de los desplazamientos verticales en las trayectorias densidad-tamaño a través de gradientes ecológicos.

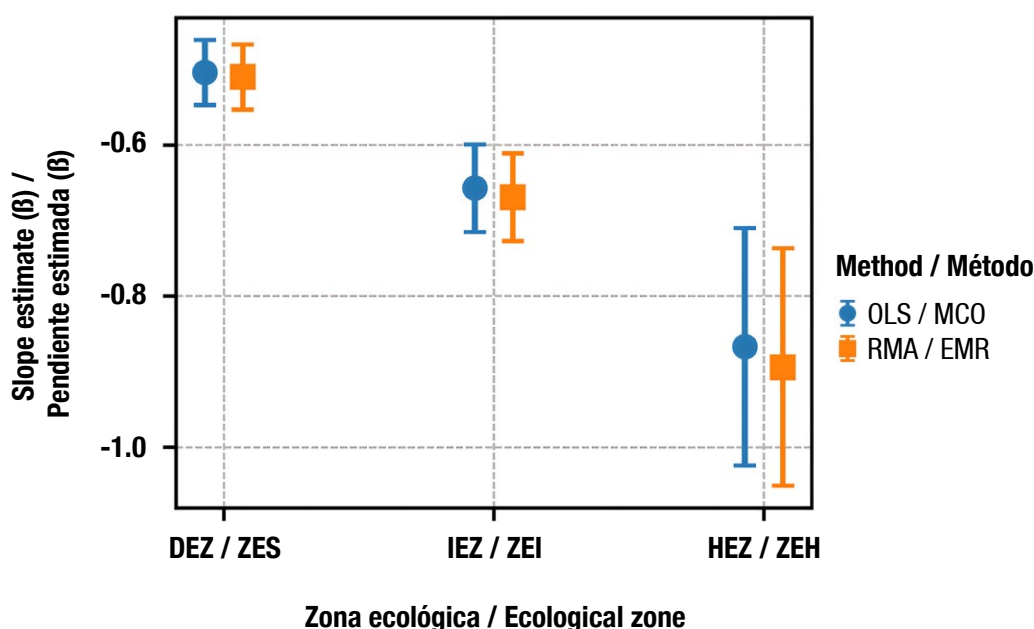


Figure 4. Comparison of slope estimates and standard errors (vertical bars) from ordinary least squares (OLS) and reduced major axis (RMA) regression across ecological zones (DEZ: dry ecological zone, IEZ: intermediate ecological zone, HEZ: humid ecological zone) of *Pinus occidentalis*.

Figura 4. Comparación de pendientes estimadas y errores estándar (barras verticales) mediante regresión por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y eje mayor reducido (EMR) en zonas ecológicas (ZES: zona ecológica seca, ZEI: zona ecológica intermedia, ZEH: zona ecológica húmeda) de *Pinus occidentalis*.

plots (Figure 5) displayed no significant heteroscedasticity or outliers. The high degree of explained variance and the linearity of the fitted relationships support the appropriateness of the RMA approach for this data.

The increasingly pronounced slopes from DEZ to HEZ indicate a heightened presence of self-thinning dynamics in more humid environments. The more pronounced slope observed in HEZ suggests that increases in stand density have led to more significant reductions in average tree size. Marked differences in intercepts indicate that, at a specified density, trees located in humid zones tend to achieve greater sizes. These findings align with ecological theory, which asserts that resource-rich environments foster the growth of larger trees under comparable competitive pressures.

Pairwise comparisons of RMA slopes revealed no statistically significant differences among zones ($\alpha = 0.05$), aligning with the hypothesized value of -0.625 proposed by Reineke (1933) in his SDI. Similarly, Yang and Brandeis (2022) reported that the slope coefficient did not differ significantly among physiographic zones for forest types in the eastern United States.

Reineke's rule indicates that the classic self-thinning slope is approximately -1.605 when considering $\ln(\text{TPH})$ as the response variable and $\ln(\text{QMD})$ as the

Diferencias de las pendientes por mínimos cuadrados ordinarios y eje mayor reducido

El Cuadro 5 presenta el resumen de la regresión por MCO para las parcelas con $\text{DR} > 0.7$ en cada zona ecológica (ZES, ZEI y ZEH). Esto incluye coeficientes estimados, errores estándar y valores de R^2 , lo que permite una comparación directa con los resultados de la regresión por EMR (Cuadro 6). La comparación entre las pendientes indicó que las estimaciones por EMR (Cuadro 2) fueron consistentemente más pronunciadas que con MCO (Cuadro 4), ya que el primer método considera la varianza en ambas variables. Las diferencias en las estimaciones de la pendiente entre MCO y EMR en este estudio se deben a sus distintos objetivos estadísticos y no a interpretaciones biológicas contradictorias (Smith, 2009). El MCO determina los parámetros de regresión mediante la minimización de las diferencias verticales en la variable de respuesta, bajo el supuesto de un modelo de error estocástico (Sokal & Rohlf, 1981), mientras que el EMR representa una relación simétrica al considerar la variabilidad presente tanto en $\ln(\text{DCM})$ como en $\ln(\text{APH})$ (Warton et al., 2006). El modelo elegido y el método de ajuste influyen en las estimaciones de los coeficientes y en los índices de densidad de rodal derivados, particularmente cuando las relaciones no lineales se transforman en lineales, tal como se ha demostrado mediante estudios de simulación de modelos de densidad (Marchi, 2019). En consecuencia,

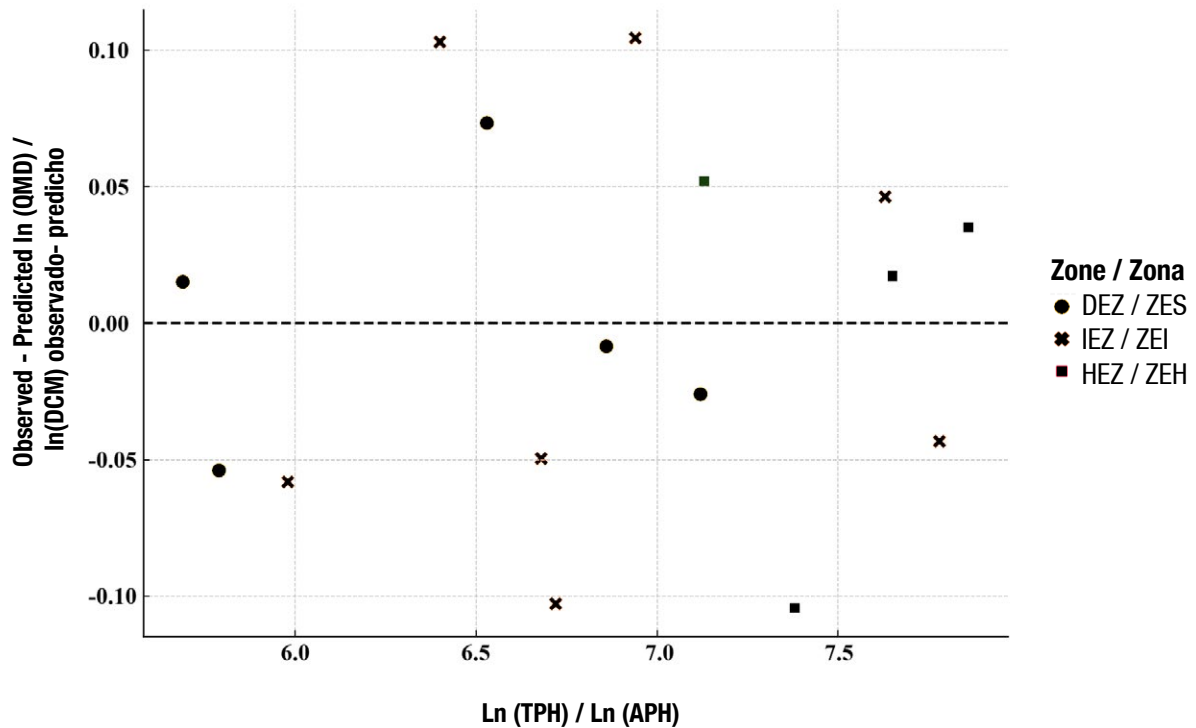


Figure 5. Residuals from the reduced major axis (RMA) regression for quadratic mean diameter [ln(QMD)] and stand density, expressed as trees per hectare [ln(TPH)], with both variables natural-log transformed, by ecological zone for *Pinus occidentalis*. Residuals were calculated as the difference between the observed and predicted ln(QMD) values. DEZ: dry ecological zone, IEZ: intermediate ecological zone, HEZ: humid ecological zone.

Figura 5. Residuales de la regresión del eje mayor reducido (EMR) para el diámetro cuadrático medio [ln(DCM)] y la densidad del rodal representada como árboles por hectárea [ln(APH)], ambas variables transformadas mediante logaritmo natural, por zona ecológica de *Pinus occidentalis*. Los residuales se calcularon como la diferencia entre los valores observados y predichos de ln(DCM). ZES: zona ecológica seca, ZEI: zona ecológica intermedia, ZEH: zona ecológica húmeda.

predictor. Conversely, this corresponds to a slope of about -0.625 when ln(QMD) serves as the response and ln(TPH) as the explanatory variable. When the variables are switched, the slope value becomes its reciprocal. Thus, the slopes found for the DEZ, IEZ, and HEZ in the ln(QMD) versus ln(TPH) relationship correspond to -0.625, aligning with the reciprocal of -1.605. These results are consistent with the historically influential Reineke empirical value and with most empirical studies (Long et al., 2022, 2025), reflecting established findings in forest stand dynamics.

Han et al. (2024) reported slopes for ln(TPH) versus ln(QMD) ranging from -1.28 to -1.70 in mixed forests dominated by *C. lanceolata* in China, corresponding to reciprocal slopes between -0.781 and -0.588 when expressed as ln(QMD) versus ln(TPH). Similarly, Heiderman and Kimsey (2021) reported a self-thinning slope of -1.517 for stands dominated by *P. menziesii* and -1.461 for stands dominated by *T. heterophylla*, with reciprocal slopes of -0.659 and -0.684, respectively.

ambos métodos producen pendientes diferentes de forma natural cuando existe variación en ambas variables, algo habitual en los datos de inventarios forestales. En este estudio, el MCO sirve como punto de referencia, mientras que el EMR ayuda a definir el límite estructural de la relación entre densidad y tamaño, en concordancia con investigaciones sobre la RDTM enfocadas en la estimación de límites estructurales más que en la predicción (Solomon & Zhang, 2002).

En la Figura 4, las pendientes sistemáticamente más pronunciadas del EMR indican cómo este método incorpora la variabilidad tanto de ln(DCM) como de ln(APH), proporcionando una estimación más precisa de la relación densidad-tamaño en los rodales.

Análisis residual y ajuste de modelo

Los coeficientes de correlación de Pearson (r) fueron superiores a 0.96 en todas las zonas, lo que indica relaciones lineales fuertes. Los gráficos residuales

The analysis of OLS and RMA regression revealed disparities in slope estimates across the three ecological zones. OLS slopes ranged from -0.504 in the DEZ to -0.867 in the HEZ, whereas those obtained from the RMA model were consistently steeper, ranging from -0.510 to -0.894 across the three ecological zones. These variations result from the different mathematical properties of each method, not from statistical significance or biological conflicts. Since OLS and RMA adapt different fitting criteria, the slope differences alone do not signal which model is better. To allow direct comparison, observed $\ln(\text{QMD})$ values were contrasted with estimates from both approaches, and model accuracy was measured using MAE, highlighting deviations between observed and fitted data. Consequently, RMA is better suited for scenarios where both $\ln(\text{QMD})$ and $\ln(\text{TPH})$ face measurement error or natural variability (Smith, 2009).

The slopes obtained from the OLS model ranged from -0.504 in the DEZ to -0.867 in the HEZ, whereas those obtained from the RMA model were consistently steeper, ranging from -0.510 to -0.894 across the three ecological zones.

Observed-Fitted Comparison and Descriptive Error Metrics

Because differences between OLS and RMA slope estimates represent numerical properties of the fitting methods rather than inferential statistics, additional diagnostics were used to compare how each approach represents the observed data. Observed $\ln(\text{QMD})$ values were plotted against values estimated by both OLS and RMA regressions for plots with $\text{RD} > 0.7$ (Figure 6). In addition, model performance was summarized using MAE, which quantifies the average absolute deviation between observed and fitted values without relying on distributional assumptions.

Mean Absolute Error by zone

Across the three ecological zones, RMA produced slightly lower MAE values than OLS in the DEZ (0.0349 vs. 0.0368) and HEZ (0.0501 vs. 0.0516), while MAE values were comparable between methods in the IEZ (0.0728 vs. 0.0710). These results indicate a marginally improved representation of the size-density boundary by RMA rather than superior predictive accuracy.

In ecological research on allometry and size-density relationships, RMA regression is typically favored due to its lack of directional assumptions regarding variable error structures. Considering the biological characteristics of forest inventory data, where both tree size and density are subject to the variability inherent in ecological data rather than imprecision in the

(Figura 5) no mostraron heterocedasticidad significativa ni valores atípicos. El alto grado de varianza explicada y la linealidad de las relaciones ajustadas respaldan la idoneidad del enfoque del EMR para estos datos.

El aumento progresivo de las pendientes desde la ZES hasta la ZEH indica mayor presencia de la dinámica de autoaclareo en ambientes más húmedos. La pendiente más pronunciada observada en la ZEH indica que, a medida que la densidad aumenta, el tamaño promedio de los árboles disminuye con mayor intensidad. Las diferencias marcadas en los interceptos indican que, para una misma densidad, los árboles de las zonas húmedas tienden a alcanzar mayores dimensiones. Estos resultados concuerdan con la teoría ecológica, la cual establece que los ambientes con mayor disponibilidad de recursos favorecen el desarrollo de árboles de mayor tamaño bajo condiciones similares de competencia.

Las comparaciones por pares de las pendientes por EMR no revelaron diferencias estadísticamente significativas entre zonas ($\alpha = 0.05$), lo que concuerda con el valor hipotético -0.625 propuesto por Reineke (1933) en su IDR. De manera similar, Yang y Brandeis (2022) señalaron que el coeficiente de la pendiente no presentó diferencias estadísticamente significativas entre las zonas fisiográficas para los tipos de bosque del este de Estados Unidos.

La regla de Reineke indica que la pendiente clásica de autoaclareo es aproximadamente -1.605 cuando se considera a $\ln(\text{APH})$ como variable de respuesta e $\ln(\text{DCM})$ como variable predictora. Por el contrario, cuando $\ln(\text{DCM})$ actúa como variable de respuesta e $\ln(\text{APH})$ como variable explicativa, la pendiente correspondiente es de aproximadamente -0.625 . Esto se debe a que, al invertir el orden de las variables, el valor de la pendiente se convierte en su recíproco. Así, las pendientes obtenidas para ZES, ZEI y ZEH en la relación entre $\ln(\text{DCM})$ e $\ln(\text{APH})$ corresponden al valor de -0.625 , el cual coincide con el recíproco -1.605 . Estos resultados concuerdan con el valor empírico de Reineke que ha tenido gran influencia a lo largo de la historia y con la mayoría de los estudios empíricos (Long et al., 2022, 2025), lo que refleja resultados consolidados en la dinámica de los rodales.

Asimismo, Han et al. (2024) reportaron pendientes de $\ln(\text{APH})$ e $\ln(\text{DCM})$ que oscilaron entre -1.28 y -1.70 en bosques mixtos dominados por *C. lanceolata* en China, lo que corresponde con pendientes recíprocas de entre -0.781 y -0.588 cuando la relación se expresa como $\ln(\text{DCM})$ con respecto a $\ln(\text{APH})$. De manera similar, Heiderman y Kimsey (2021) señalaron una pendiente de autoaclareo de -1.517 para rodales dominados por *P. menziesii* y de -1.461 para rodales dominados por *T. heterophylla* con pendientes recíprocas de -0.659 y -0.684 , respectivamente.

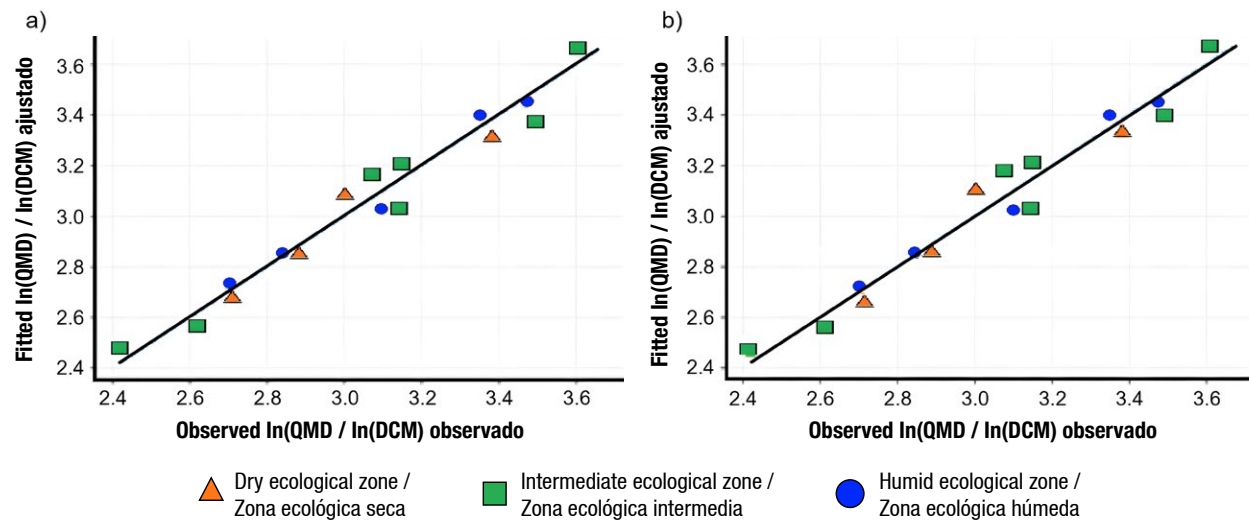


Figure 6. Observed versus fitted $\ln(QMD)$ values are shown for both Ordinary Least Squares (OLS, panel a) and Reduced Major Axis (RMA) regressions (panel b) across three ecological zones of *Pinus occidentalis*. The points represent observed $\ln(QMD)$ values, while the fitted ones come from regression models based on plots with relative density greater than 0.7. The solid 1:1 line provides a reference for agreement between observed and predicted values; departures from this line indicate residual error and model dispersion.

Figura 6. Valores observados y ajustados de $\ln(DCM)$ para las regresiones por mínimos cuadrados ordinarios (MCO, panel a) y eje mayor reducido (EMR, panel b) en tres zonas ecológicas de *Pinus occidentalis*. Los puntos representan los valores observados de $\ln(DCM)$, mientras que los valores ajustados provienen de modelos de regresión basados en parcelas con densidad relativa superior a 0.7. La línea continua (1:1) proporciona una referencia de concordancia entre los valores observados y predichos; las desviaciones respecto a esta línea indican el error residual y la dispersión del modelo.

field measurements, RMA enhances the robustness of inferences regarding the structural dynamics at play. The steeper slopes found in the RMA models across the three zones indicate a greater density-dependent limitation on tree size compared to the insights derived solely from OLS models.

The steady increase in slope steepness from dry to humid zones observed in both modeling methods suggests that resource availability, particularly moisture, intensifies competitive interactions. This results in more pronounced declines in average tree size as stand density rises. Site quality is known to affect MSDR (Ray et al., 2023), with warmer and drier conditions leading to lower maximum densities (Kweon & Comeau, 2021). Flatter slopes imply a greater resilience of a stand to low-density conditions, where diameter growth is more pronounced, while indicating trees' reduced capacity to endure crowding (Han et al., 2024). Forest site productivity impacts the intercepts of self-thinning lines (Seo et al., 2025), consistent with our findings that mesic environments can support larger trees at any given density.

Pairwise comparisons of the RMA regression intercepts revealed significant differences among ecological zones. According to Zhang and Chen (2021), although the slope of self-thinning lines tends to remain consistent

El análisis de regresión por MCO y EMR reveló diferencias en las estimaciones de la pendiente entre las tres zonas ecológicas. Las pendientes obtenidas con el modelo de MCO oscilaron entre -0.504 en la ZES y -0.867 en la ZEH, mientras que las obtenidas con el modelo de EMR fueron de mayor magnitud con valores entre -0.510 y -0.894 en las tres zonas ecológicas. Estas variaciones se deben a las propiedades matemáticas propias de cada método y no reflejan diferencias estadísticamente significativas ni contradicciones desde el punto de vista biológico. Dado que el MCO y el EMR aplican criterios de ajuste distintos, las diferencias en la pendiente, por sí solas, no permiten establecer qué modelo es mejor. Para lograr una comparación objetiva, los valores observados de $\ln(DCM)$ se contrastaron con las estimaciones de ambos métodos, y la precisión del modelo se evaluó mediante el MAE con el fin de cuantificar las desviaciones entre los valores observados y los ajustados. En este contexto, el método de EMR resulta más adecuado para escenarios en los que tanto $\ln(DCM)$ como $\ln(APH)$ están sujetos a errores de medición o presentan variabilidad natural (Smith, 2009).

Comparación entre valores observados y ajustados y métricas de error

Debido a que las diferencias entre las estimaciones de la pendiente mediante MCO y EMR representan propiedades numéricas de los métodos de ajuste, más

(Walker et al., 2020), the intercepts differ across sites, thereby supporting our findings on how ecological zones influence tree size-density relationships. The findings of Li and Wang (2020) show that environmental factors and stand development stages affect the intercepts of self-thinning lines, which further reinforces the observed differences among the ecological zones.

Recent studies support the idea that although the slope of self-thinning lines tends to be consistent across various ecological conditions, the intercepts can differ considerably depending on factors like site productivity, species composition, and environmental gradients (Kweon & Comeau, 2021). The results corroborate the findings of this study, indicating that ecological zones influence the maximum possible tree size at a given stand density. They also support the identified ecological gradient and further validate the use of RMA regression as a more conservative and realistic model for analyzing forest structure. This conclusion aligns with recent research suggesting that the intercept and slope of the self-thinning line can be influenced by factors like topography, climate, soil, and other site-specific variables (Brunet-Navarro et al., 2016; Heiderman & Kimsey, 2021; Looney & Shaw, 2025).

Alternative statistical methods, such as mixed-effects models, quantile regression, and stochastic frontier analysis, have also been used to estimate the upper limits of the density-size relationship. These approaches explicitly account for hierarchical data structures, unbalanced sampling designs, and upper-bound behavior in the distribution. Applying these methods to *P. occidentalis* in future studies would enable a formal assessment of site-associated random effects and a comparison of upper-bound estimation techniques, thereby complementing the traditional RMA regression approach used in this study.

Conclusions

The relationship between tree size and stand density in *Pinus occidentalis* was analyzed across three ecological zones in the Sierra region of the Dominican Republic using reduced major axis (RMA) and ordinary least squares (OLS) regression. Self-thinning slopes showed an increasing trend from the dry to the humid ecological zone, suggesting stronger density-dependent competition under conditions of greater moisture availability; however, these differences were not statistically significant. Intercepts varied significantly among ecological zones, indicating vertical shifts in the $\ln(\text{QMD})-\ln(\text{TPH})$ relationship. This suggests that, at the same stand density, trees established in more humid environments attain larger dimensions. The results suggest that maximum stand density and self-thinning thresholds should not be uniform but rather tailored

que estadísticas inferenciales, se emplearon diagnósticos adicionales para evaluar la manera en que cada enfoque representa los datos observados. Los valores observados de $\ln(\text{DCM})$ se representaron gráficamente en función de los valores estimados mediante las regresiones MCO y EMR para las parcelas con $\text{DR} > 0.7$ (Figura 6). Además, el desempeño del modelo se resumió utilizando el MAE, que cuantifica la desviación absoluta media entre los valores observados y los ajustados, sin depender de supuestos distribucionales.

Error absoluto medio por zona

En las tres zonas ecológicas, el método EMR arrojó valores de MAE ligeramente inferiores a los obtenidos con MCO en ZES (0.0349 frente a 0.0368) y en ZEH (0.0501 frente a 0.0516), mientras que, en la zona ZEL, los valores de MAE fueron comparables entre ambos métodos (0.0728 vs. 0.0710). Estos resultados indican que el método EMR proporciona una representación ligeramente mejor del límite entre tamaño y densidad, en lugar de mayor precisión predictiva.

En la investigación ecológica sobre alometría y relaciones densidad-tamaño se suele preferir el método de regresión EMR, debido a que no parte de supuestos direccionales respecto a las estructuras de error de las variables. Considerando las características biológicas de los datos de inventarios forestales en los que tanto el tamaño de los árboles como la densidad están sujetos a la variabilidad inherente de los datos ecológicos, más que a imprecisiones en las mediciones de campo, el uso del modelo EMR fortalece la solidez de las inferencias sobre los procesos que determinan la dinámica estructural de los bosques. Las pendientes más pronunciadas obtenidas mediante los modelos EMR en las tres zonas sugieren mayor influencia de las restricciones dependientes de la densidad sobre el tamaño de los árboles, en comparación con las interpretaciones derivadas exclusivamente de los modelos MCO.

El aumento constante de la pendiente desde las zonas secas a las húmedas, observado en ambos métodos de modelación, sugiere que la disponibilidad de recursos, particularmente la humedad, intensifica las interacciones competitivas. Esto da lugar a descensos más pronunciados en el tamaño promedio de los árboles a medida que la densidad aumenta. Se sabe que la calidad del sitio influye en las RDTM (Ray et al., 2023), donde condiciones más cálidas y secas dan lugar a densidades máximas más bajas (Kweon & Comeau, 2021). Las pendientes más planas implican mayor resiliencia de un rodal ante condiciones de baja densidad, donde el crecimiento diamétrico es más evidente, pero también reflejan menor capacidad de los árboles para tolerar niveles elevados de competencia (Han et al., 2024). La productividad del sitio forestal influye en los interceptos

to site productivity levels and adjusted according to ecological zones. RMA regression estimated steeper slopes than OLS regression, highlighting the importance of accounting for variability in both tree size and stand density. Overall, moisture gradients influence stand structure and provide a quantitative basis for zone-specific density management in tropical pine forests.

Acknowledgments

This research was funded by the Ministry of Higher Education, Science and Technology of the Dominican Republic, through the National Fund for Innovation and Scientific and Technological Development (FONDOCYT), grant no. 2012-2B1-1. We acknowledge the hard work and contributions of the acquisitions department and administrative staff in the Vice-Rector of Research and Innovation at PUCMM, along with field personnel José Reyes, Cristian Goris, and Roque Herrera. Our special thanks go to Luis Eduardo Peralta for his continuous support during the process and to Pablo Ovalles for his valuable collaboration.

Conflicts of Interest

The authors declare that we have no financial conflicts of interest or known personal relationships that could have influenced the work presented in this article.

Artificial Intelligence (AI) Use Statement

The authors declare that they have not used generative AI or AI-assisted technologies for the development of this manuscript.

End of English version

References / Referencias

- Bueno-López, S. W., Caraballo-Rojas, L. R., & Torres-Herrera, J. G. (2024). Evaluation of different modeling approaches for estimating total bole volume of Hispaniolan Pine (*Pinus occidentalis* Swartz) in different ecological zones. *Forests*, 15, 1052. <https://doi.org/10.3390/f15061052>
- Brunet-Navarro, P., Sterck, F. J., Vayreda, J., Martínez-Vilalta, J., & Mohren, G. M. J. (2016). Self-thinning in four pine species: An evaluation of potential climate impacts. *Annals of Forest Science*, 73, 1025-1034. <https://doi.org/10.1007/s13595-016-0585-y>
- Han, Y., Wang, B., & Sun, H. (2024). (2024). Effects of species mixing on maximum size–density relationships in Chinese fir (*Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook.)-dominated mixed forests converted from even-aged pure stands. *Frontiers in Plant Science*, 15, 1342307. <https://doi.org/10.3389/fpls.2024.1342307>
- Heiderman, R. R., & Kimsey, M. J. (2021). A species-specific, site-sensitive maximum stand density index model for Pacific

de las líneas de autoaclareo (Seo et al., 2025), lo que concuerda con los resultados del presente estudio que indican que los bosques méxicos pueden albergar árboles de mayor tamaño a cualquier nivel de densidad.

Las comparaciones por pares de los interceptos de la regresión por EMR revelaron diferencias significativas entre las zonas ecológicas. Según Zhang y Chen (2021), aunque la pendiente de las líneas de autoaclareo tiende a ser constante (Walker et al., 2020), los interceptos difieren entre sitios, lo que respalda los resultados sobre la influencia de las zonas ecológicas en la relación entre tamaño y densidad de los árboles. Los resultados de Li y Wang (2020) muestran que los factores ambientales y las etapas de desarrollo del rodal afectan los interceptos de las líneas de autoaclareo, lo que reafirma las observaciones sobre las diferencias entre las zonas ecológicas.

Estudios recientes respaldan la idea de que, aunque la pendiente tiende a ser constante en condiciones ecológicas distintas, los interceptos pueden variar considerablemente en función de factores como la productividad del sitio, la composición de especies y los gradientes ambientales (Kweon & Comeau, 2021). Los resultados corroboran esta investigación, al indicar que las zonas ecológicas influyen en el tamaño máximo posible de los árboles a una densidad determinada; asimismo, respaldan el gradiente ecológico identificado y corroboran el uso de la regresión por EMR como un modelo más conservador y realista para el análisis de la estructura forestal. Esta conclusión coincide con investigaciones recientes que sugieren que tanto el intercepto como la pendiente de la línea de autoaclareo pueden verse influenciados por factores como la topografía, el clima, el suelo y otras variables específicas del sitio (Brunet-Navarro et al., 2016; Heiderman & Kimsey, 2021; Looney & Shaw, 2025).

También se han utilizado métodos estadísticos alternativos como los modelos de efectos mixtos, la regresión cuantílica y el análisis de fronteras estocástica para estimar los límites máximos de la relación densidad-tamaño. Estos enfoques permiten la gestión de datos jerárquicos, muestreos desbalanceados y el comportamiento en el límite superior de la distribución de manera explícita. La aplicación de estos métodos a *P. occidentalis* en estudios futuros permitiría la evaluación formal de los efectos aleatorios asociados a los sitios y la comparación de técnicas de estimación de límites, complementando el enfoque tradicional de la regresión por EMR utilizado en este estudio.

Conclusiones

La relación entre tamaño y densidad de *Pinus occidentalis* se analizó en tres zonas ecológicas de La Sierra, en la República Dominicana, mediante el uso de la regresión por eje mayor reducido (EMR) y mínimos

- Northwest conifer forests. *Canadian Journal of Forest Research*, 51(8), 1166-1177. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2020-0426>
- Holdridge, L. R. (1987). *Life zone ecology* (Rev. ed.). Tropical Science Center.
- IBM Corp. (2020). *IBM SPSS Statistics for Windows* (Version 27.0) [Computer software]. IBM Corp.
- Kweon, D., & Comeau, P. G. (2021). Climate, site conditions, and stand characteristics influence maximum size-density relationships in Korean red pine (*Pinus densiflora*) and Mongolian oak (*Quercus mongolica*) stands, South Korea. *Forest Ecology and Management*, 502, 119727. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2021.119727>
- Lee, D., & Choi, J. (2019). Evaluating maximum stand density and size-density relationships based on the competition density rule in Korean pines and Japanese larch. *Forest Ecology and Management*, 446, 204-213. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2019.05.017>
- Lee, D., Siipilehto, J., & Hynynen, J. (2025). Comparison and analysis of self-thinning models based on diameter-based maximum size-density relationships. *Forest Ecology and Management*, 575, 122374. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2024.122374>
- Li, X., & Wang, W. (2020). Variations in self-thinning lines across forest types and stand ages in temperate forests. *Forests*, 11(3), 345. <https://doi.org/10.3390/f11030345>
- Long, S., He, X., Zeng, S., & Xiao, H. (2025). Investigating the self-thinning rule in plantation forests: Analyzing the relationship between the basal area and height growth in southern China. *Ecology and Evolution*, 15(3), e71034. <https://doi.org/10.1002/ece3.71034>
- Long, S., Zeng, S., Shi, Z., & Yang, S. (2022). Estimating the self-thinning boundary line for oak mixed forests in central China by using stochastic frontier analysis and a proposed variable density model. *Ecological Evolution*, 12(9), e9064. <https://doi.org/10.1002/ece3.9064>
- Looney, C. E., & Shaw, J. D. (2025). Climate and nitrogen deposition constrain the maximum size-density boundary for mature and old-growth stands. *Frontiers in Forests and Global Change*, 8, 1566459. <https://doi.org/10.3389/ffgc.2025.1566459>
- Marchi, M. (2019). Nonlinear versus linearized model on stand density model fitting and stand density index calculation: analysis of coefficients estimation via simulation. *Journal of Forestry Research*, 30, 1595-1602. <https://doi.org/10.1007/s11676-019-00967-0>
- Pretzsch, H., Hilmers, T., & del Río, M. (2024). The effect of structural diversity on the self-thinning line, yield level, and density-growth relationship in even-aged stands of Norway spruce. *Forest Ecology and Management*, 556, 121736. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2024.121736>
- Ray, D., Seymour, R., Fraver, S., Berrill, J. P., Kenefic, L., Rogers, N., & Weiskittel, A. (2023). Relative density as a standardizing metric for the development of size-density management charts. *Journal of Forestry*, 121(5-6), 443-456. <https://doi.org/10.1093/jofore/fvad029>
- Reineke, L. H. (1933). Perfecting a stand-density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research*, 46, 7.
- Seo, H. I., Lee, K. H., & Choi, W. S. (2025). Comparison and analysis of self-thinning models based on diameter-based maximum

cuadrados ordinarios (MCO). Las pendientes de autoaclareo mostraron tendencia creciente al pasar de la zona ecológica seca a la húmeda, lo que sugiere una competencia dependiente de la densidad más intensa en condiciones de mayor disponibilidad de humedad; sin embargo, estas diferencias no fueron estadísticamente significativas. Los interceptos variaron significativamente entre las zonas ecológicas, evidenciando desplazamientos verticales en la relación $\ln(\text{DCM})-\ln(\text{APH})$. Esto sugiere que, para una misma densidad de rodal, los árboles establecidos en ambientes más húmedos alcanzan mayores dimensiones. Los resultados sugieren que la densidad máxima del rodal y los umbrales de autoaclareo no deben ser uniformes, sino que deben adaptarse a los niveles de productividad del sitio y ajustarse de acuerdo con las zonas ecológicas. La regresión por EMR estimó pendientes más pronunciadas que la regresión por MCO, lo que resalta la importancia de incorporar la variabilidad tanto del tamaño de los árboles como de la densidad del rodal. En general, los gradientes de humedad influyen en la estructura del rodal y proporcionan una base cuantitativa para la gestión de la densidad específica de cada zona en los bosques tropicales de pino.

Agradecimientos

Esta investigación fue financiada por el Ministerio de Educación Superior, Ciencia y Tecnología de la República Dominicana, a través del Fondo Nacional para la Innovación y Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDOCYT), subvención núm. 2012-2B1-1. Agradecemos al Departamento de Adquisiciones y al personal administrativo de la Vicerrectoría de Investigación e Innovación de la PUCMM por su dedicación y valioso apoyo. Asimismo, reconocemos la labor del personal de campo, integrado por José Reyes, Cristian Goris y Roque Herrera. Agradecemos de manera especial a Luis Eduardo Peralta por su apoyo continuo durante todo el proceso y a Pablo Ovalles por su valiosa colaboración.

Declaración de conflicto de intereses

Los autores declaramos que no tenemos conflictos de intereses económicos ni relaciones personales conocidas que pudieran haber influido en el trabajo presentado en este artículo.

Declaración del uso de inteligencia artificial (IA)

Los autores declaramos no haber utilizado IA generativa o tecnologías asistidas por IA para el desarrollo del presente manuscrito

Fin de la versión en español

- size-density relationships. *Annals of Forest Science*, 82, 45. <https://doi.org/10.1007/s13595-025-01234-5>
- Smith, R. J. (2009). Use and misuse of the reduced major axis for line-fitting. *American Journal of Physical Anthropology*, 140(3), 476-486. <https://doi.org/10.1002/ajpa.21090>
- Sokal, R. R., & Rohlf, F. J. (1981). *Biometry: The principles and practice of statistics in biological research* (2nd. ed.). W. H. Freeman.
- Solomon, D. S., & Zhang, L. (2002). Maximum size-density relationship for mixed-species northern hardwood stands in New England. *Forest Ecology and Management*, 155(1–3) 163-173. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(01\)00556-4](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(01)00556-4)
- Walker, T. D., Bullock, B. P., Smith, B. C., & McKeand, S. E. (2020). Modeling self-thinning patterns in loblolly pine with provenance and family effects. *Forest Science*, 66, 712-725. <https://doi.org/10.1093/forsci/fxaa030>
- Warton, D. I., Wright, I. J., Falster, D. S., & Westoby, M. (2006). Bivariate line-fitting methods for allometry. *Biological Reviews*, 81(2), 259–291. <https://doi.org/10.1017/S1464793106007007>
- West, P. W., & Ratkowsky, D. A. (2025). Do stands self-thin through a common point? An additional concept for the self-thinning rule. *Forests*, 16(2), 199. <https://doi.org/10.3390/f16020199>
- Yang, S., & Brandeis, T. J. (2022). Estimating maximum stand density for mixed-hardwood forests among various physiographic zones in the eastern US. *Forest Ecology and Management*, 521, 120420. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2022.120420>
- Yoda, K., Kira, T., Ogawa, H., & Hozumi, K. (1963). Self-thinning in overcrowded pure stands under cultivated and natural conditions. *Journal of Biology*, 14, 107-129.
- Zhang, X., Cao, Q. V., Qu, Y., & Zhang, J. (2022). Deriving tree growth models from stand models based on the self-thinning rule of Chinese fir plantations. *iForest – Biogeosciences and Forestry*, 15, 1-7. <https://doi.org/10.3832/for3792-014 iforest.sisef.org>
- Zhang, Y., & Chen, H. Y. H. (2021). Self-thinning lines in boreal forests: Variations among species and environmental gradients. *Forest Ecology and Management*, 482, 118865. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2020.118865>