



Growth and yield in plantations of *Pinus montezumae* Lamb. and *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Michoacán, Mexico

Crecimiento y rendimiento en plantaciones de *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Michoacán, México

Jonathan Hernández-Ramos^{1*}; Valentín J. Reyes-Hernández²;
Enrique Buendía-Rodríguez³; Gerónimo Quiñonez-Barraza⁴;
Héctor M. De los Santos-Posadas²; Aurelio M. Fierros-González^{2†}

¹Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP)-Campo Experimental Bajío. Carretera Celaya San Miguel de Allende km 6.5. C. P. 38010. Celaya, Guanajuato, México.

²Colegio de Postgraduados (COLPOS)-Campus Montecillo. Carretera México-Texcoco km 36.5. C. P. 56230. Montecillo, Texcoco de Mora, Estado de México, México.

³Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP)-Campo Experimental Valle de México. Carretera Los Reyes-Texcoco km 13.5. C. P. 56250. Coatlínchan, Texcoco de Mora, Estado de México, México.

⁴Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP)-Campo Experimental Valle de Guadiana. Carretera Durango-Mezquitlan km 4.5. C. P. 34170. Durango, Durango, México.

*Corresponding author: forestjonathanhdez@gmail.com; tel.: +52 983 733 1795.

Abstract

Introduction. Growth dynamics or tree growth response to management in forest plantations can be projected using a Growth and Yield System (TGYS), a useful quantitative silvicultural tool.

Objective. To develop a TGYS that includes site orientation as a random effect for *Pinus montezumae* Lamb. and *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, Mexico.

Materials and methods. Data from 58 re-measured sampling plots (400 m²) of *P. montezumae* and 96 re-measured sampling plots of *Pinus pseudostrobus* were used. Using a mixed-effects modeling approach, a base model and an algebraic difference approach were simultaneously fitted for each tree measurement variable of interest.

Results. The growth pattern of dominant height of *P. montezumae* (polymorphic) and that of *P. pseudostrobus* (anamorphic) influenced the forecasted trends of basal area and volume when using the fixed parameters of each compatible expression. The annual mortality rate for *P. montezumae* and *P. pseudostrobus* was 3.14 % and 3.35 %, respectively. The maximum current annual increment in volume at the best site index was 13.717 m³·ha⁻¹ at 12 years for *P. montezumae*, and 23.072 m³·ha⁻¹ at 15 years for *P. pseudostrobus*, while volume rotation age happened at 26 years (162.462 m³) and 22 years (321.66 m³), respectively.

Conclusions. With the developed system, it will be possible to simulate growth scenarios for each forest plantation and support species-specific management strategies.

Keywords: dominant height, algebraic difference approach, forest management, mortality, technical rotation age.

Resumen

Introducción. La dinámica del crecimiento o la respuesta del arbolado al manejo en plantaciones forestales puede proyectarse con un sistema de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM), una herramienta silvícola cuantitativa útil.

Objetivo. Desarrollar un SCRM que incluye como efecto aleatorio la orientación/sitio de *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México.

Materiales y métodos. Se utilizó información de la remediación de 58 sitios temporales (400 m²) de *P. montezumae* y 96 de *Pinus pseudostrobus*. Mediante el enfoque de modelos de efectos mixtos se ajustaron, de forma simultánea, un modelo base y una estructura de diferencia algebraica para cada variable dasométrica de interés.

Resultados. El patrón de crecimiento de *P. montezumae* (polimórfico) y el de *P. pseudostrobus* (anamórfico) condiciona la tendencia de estimación del área basal y volumen al utilizar los parámetros fijos de cada expresión compatible. La tasa de mortalidad anual de *P. montezumae* y *P. pseudostrobus* fue de 3.14 % y 3.35 %, respectivamente. El máximo incremento corriente anual de volumen a los 12 años en el mejor índice de sitio fue 13.717 m³·ha⁻¹ para *P. montezumae* y 23.072 m³·ha⁻¹ a los 15 años para *P. pseudostrobus*, mientras que el turno técnico fue de 26 (162.462 m³) y 22 años (321.66 m³), respectivamente.

Conclusiones. Con el sistema desarrollado se podrán realizar escenarios de incrementos para cada plantación forestal y un manejo diferenciado de estas especies.

Palabras clave: altura dominante, diferencia algebraica, manejo forestal, mortalidad, turno técnico.

Please cite this article as follows (APA 7): Hernández-Ramos, J., Reyes-Hernández, V. J., Buendía-Rodríguez, E., Quiñonez-Barraza, G., De los Santos-Posadas, H. M., & Fierros-González, A. M. (2025). Growth and yield in plantations of *Pinus montezumae* Lamb. and *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Michoacán, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 31, e24033. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2024.08.033>



Introduction

Growth is the result of the cumulative increase in dimensions (i.e., tree, stand, or plantation) over a given period. Growth accumulates and is expressed as yield (Telles-Antonio et al., 2022), and it is determined by the interaction between genetic characteristics and the biophysical factors of the site where individuals develop (Salas et al., 2016). Climate, soil, and topography influence phenotypic plasticity and the species-specific yield response, due to varying rates in physiological processes (Vogel, 2018).

In natural stands and forest plantations, the estimation of growth and yield projection is fundamental for proposing silvicultural practices that agree with tree conditions and site productivity (Burkhart & Tomé, 2012). Quantifying the effects of biotic and abiotic factors on growth and yield is essential for understanding structural variation and species composition over the rotation period, and for recommending appropriate silvicultural practices (Salas et al., 2016). In this regard, Brown (2007) in the United States found that slope and soil depth influence the dominant height increment in *Pinus strobus* L. plantations (<53 years), leading to the proposal of differentiated models for its estimation. In Spain, Cantero Amiano (2020) documented a variable yield response based on total height and diameter at breast height in stands of *Pinus pinaster* Aiton ssp. *atlantica*, because of the altitude and exposure conditions. Geographic orientation (aspect) promotes microclimatic variation that contributes to the creation of specific habitats for the development of certain species (Haire et al., 2022), as it affects soil biophysical processes and influences vegetation structure and species composition – factors that generally determine growth rate and yield (Gerding et al., 2006; Romero et al., 2014).

Growth and yield models are quantitative silvicultural tools that assist in describing the behavior of variables of interest at a given age or in designing silvicultural practices (Salas et al., 2016). Due to the lack of quantitative silvicultural information for the management of forest plantations in Michoacán, the objective of this study was to develop an explicit Growth and Yield System (TGYS) by incorporating site orientation (Aspect) as a random effect in plantations of *Pinus montezumae* Lamb. and *Pinus pseudostrubus* Lindl. in Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, Mexico. The main hypothesis is that growth conditions, influenced by topographic exposure and the environmental characteristics of the sampling sites, determine distinct growth dynamics and differentiated yield potential for each forest plantation.

Introducción

El crecimiento es el resultado de la suma del incremento progresivo de las dimensiones (i. e. árbol, rodal o plantación) en un periodo. El crecimiento se acumula y se expresa como rendimiento (Telles-Antonio et al., 2022), y está determinado por la interacción entre las características genéticas y los factores biofísicos del lugar donde los individuos se desarrollan (Salas et al., 2016). El clima, suelo y topografía influyen en la plasticidad fenotípica y la respuesta diferenciada del rendimiento en las especies, debido a las distintas velocidades en los procesos fisiológicos (Vogel, 2018).

En los rodales naturales y plantaciones forestales, la estimación del crecimiento y la proyección de rendimiento son fundamentales para la propuesta de prácticas silvícolas acorde con las condiciones de los árboles y productividad del sitio (Burkhart & Tomé, 2012). La cuantificación del efecto de factores bióticos y abióticos sobre el crecimiento y rendimiento es esencial para la comprensión de la variación estructural y composición de especies a lo largo del turno y para la propuesta de prácticas silvícolas apropiadas (Salas et al., 2016). Al respecto, en EE. UU., Brown (2007) determinó que la pendiente y profundidad del suelo influyen en el incremento de la altura dominante en plantaciones forestales de *Pinus strobus* L. (<53 años), por lo que propone modelos diferenciados para su estimación. Cantero Amiano (2020) documentó una respuesta diferenciada de rendimiento maderable con base en un crecimiento de la altura total y diámetro normal para rodales de *Pinus pinaster* Aiton ssp. *atlántica* en España, por efecto de las condiciones de altitud y exposición. La orientación geográfica del terreno (exposición) propicia una variación microclimática que contribuye a crear hábitats específicos para el desarrollo de algunas especies (Haire et al., 2022), ya que se afectan los procesos biofísicos del suelo e influye en la estructura de la vegetación y composición de especies, que en lo general determinan la velocidad de crecimiento y rendimiento (Gerding et al., 2006; Romero et al., 2014).

Los modelos de crecimiento y rendimiento son herramientas silvícolas cuantitativas que ayudan en la descripción del comportamiento de las variables de interés a una edad determinada o en el diseño de prácticas silvícolas (Salas et al., 2016). Debido a que en Michoacán no se cuenta con información silvícola cuantitativa para el manejo de plantaciones forestales, el objetivo de este trabajo fue generar un sistema explícito de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) al incluir, como efecto aleatorio, la orientación/sitio en las plantaciones de *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus pseudostrubus* Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro (NSJP), Michoacán, México. La

Materials and Methods

The study area is located between coordinates 19° 17' - 19° 30' N and 102° 06' - 102° 17' W in an altitudinal range of 2 000 to 3 000 m. The topography is characterized by mountain ranges, with extrusive igneous geology and predominantly Andosol soils, characteristic of the Neovolcánica Tarasca physiographic subprovince. The climate is classified as Cw, with an average annual precipitation of 1 500 mm and mean temperature of 15 °C (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI], 2017).

Data were collected from 14 *P. montezumae* plantations aged 7 to 34 years and 31 *P. pseudostrobus* plantations aged 7 to 39 years. Model fitting was based on the remeasurement (in 2021) of 154 temporary sampling plots of 400 m² (20 × 20 m), originally established as a chronosequence in 2019; of these, 58 plots corresponded to *P. montezumae* and 96 to *P. pseudostrobus*. In each sample unit, measurements were taken for diameter at breast height (DBH; cm) and total height (Ht; m) of each tree, which were then used to calculate average height (Ah; m), average dominant height of the five tallest trees (Hd; m), quadratic diameter (Dq; cm), basal area (BA; m²), stand density (N), and volume (V; m³).

Individual stem volume (V, m³) was estimated using the equations proposed by García-Espinoza et al. (2018, 2019) for *P. montezumae* [1] and *P. pseudostrobus* [2]. At each site, the geographic orientation of the terrain (Aspect) was recorded as zenithal (Z), northeast (NE), east (E), southeast (SE), southwest (SW), and northwest (NW).

$$V = 0.0000584616 \cdot DBH^{1.96205} \cdot At^{0.93483} \quad [1]$$

$$V = 0.000097 \cdot DBH^{1.682} \cdot At^{1.031} \quad [2]$$

Because TGYS consists of equations describing the relationships among key tree measurement variables and can simultaneously predict changes over time (Tamarit-Urias et al., 2014, 2019), the algebraic difference approach (ADA) was selected. This approach is based on a base model and an ADA equation that share parameter values, allowing for predictions or projections of the variables (Santiago-García et al., 2016).

A total of six compatible algebraic difference systems for Hd in their ADA form were obtained using Maplesoft™ version 2015.1® (Maplesoft, 2015), applying the method to define site quality curves with their respective site index (SI) classes at a base age or reference age (Eb) (Fierros-Mateo et al., 2017; Torres-Rojo & Magaña, 2001). Table 1 presents two growth hypotheses: (1) growth rate among sites is constant

hipótesis principal es que las condiciones de crecimiento, que la exposición topográfica propicia, y los ambientes que representan el sitio de muestreo determinan una dinámica distinta de incremento y un potencial diferenciado para cada plantación forestal.

Materiales y métodos

La zona de estudio se ubica entre las coordenadas 19° 17' - 19° 30' LN y 102° 06' - 102° 17' LO en un intervalo altitudinal de 2 000 a 3 000 m. El relieve es de tipo sierra, geología ígnea extrusiva y suelo dominante de tipo Andosol, característico de la subprovincia fisiográfica Neovolcánica Tarasca. El clima es tipo Cw con precipitación media anual de 1 500 mm y temperatura promedio de 15 °C (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI], 2017).

La información se obtuvo de 14 plantaciones forestales de *P. montezumae* de 7 a 34 años y 31 plantaciones de *P. pseudostrobus* de 7 a 39 años. Los datos de ajuste consideraron la remediación (en 2021) de 154 sitios temporales de muestreo de 400 m² (20 × 20 m) establecidos como una cronosecuencia en 2019; del total, 58 sitios correspondieron a *P. montezumae* y 96 a *P. pseudostrobus*. En cada unidad muestral se midieron el diámetro normal (dn; cm) y altura total (At; m) de cada árbol, para después calcular la altura promedio (Ap; m), altura dominante promedio de los cinco árboles más altos (Ad; m), diámetro cuadrático (Dq; cm), área basal (AB; m²), densidad arbórea (N) y volumen (V; m³).

El volumen fustal individual (V, m³) se estimó con las ecuaciones propuestas por García-Espinoza et al. (2018, 2019) para *P. montezumae* [1] y *P. pseudostrobus* [2]. En cada sitio se registró la orientación geográfica del terreno (Expos): zenital (Z), noreste (NE), este (E), sureste (SE), suroeste (SO) y noroeste (NO).

$$V = 0.0000584616 \cdot DBH^{1.96205} \cdot At^{0.93483} \quad [1]$$

$$V = 0.000097 \cdot DBH^{1.682} \cdot At^{1.031} \quad [2]$$

Debido a que los SCRM se componen de ecuaciones que describen las relaciones de variables dasométricas de interés y pueden predecir los cambios de manera simultánea a través del tiempo (Tamarit-Urias et al., 2014, 2019), se eligió el enfoque de diferencia algebraica (ADA). Este enfoque parte de un modelo base y una ecuación de ADA que comparten el valor de sus parámetros con los cuales pueden realizarse predicciones o proyecciones de las variables (Santiago-García et al., 2016).

Se ajustaron seis sistemas compatibles de Ad en su forma ADA, los cuales se obtuvieron en el programa Maplesoft™ versión 2015.1® (Maplesoft, 2015) con el

Table 1. Compatible systems used for dominant height with the algebraic difference approach.**Cuadro 1. Sistemas compatibles utilizados en altura dominante con el enfoque de diferencia algebraica.**

Model/ Modelo	Prediction/ Predicción	Projection/ Proyección	Number/ Número
Hossfeld I	$Hd_1 = \frac{A_1^2}{(\beta_0 + \beta_1 \cdot A_1)^2}$	$Hd_2 = \frac{E Ad_1^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{Hd_1/Hd_1^2} - \beta_1 \cdot A_1} + \beta_1 \cdot A_2 \right)^2}$	[3]
		$Hd_2 = \frac{A}{\left(\beta_0 + \left(\frac{1}{\sqrt{Hd_1/A_1^2} - \beta_0} / A_1 \right) \cdot A_2 \right)^2}$	[4]

Hossfeld IV	$Hd_1 = \frac{A_1^{\beta_2}}{\beta_0 + \beta_1 \cdot A_1^{\beta_2}}$	$Hd_2 = \frac{A_1^{\beta_2}}{A_1^{\beta_2}/Hd_1 - \beta_1 \cdot A_1^{\beta_2} + A_2^{\beta_2}}$	[5]
		$Hd_2 = \frac{A_1^{\beta_2}}{\beta_0 + A_1^{\beta_2}/Hd_1 - \beta_0 \cdot \frac{A_2^{\beta_2}}{A_1^{\beta_2}}}$	[6]

Schumacher	$Hd_1 = \beta_0 \cdot e^{-\beta_1 \cdot A_1^{-1}}$	$Hd_2 = Hd_1 \cdot \frac{e^{\beta_1/A_1}}{e^{\beta_1/A_2}}$	[7]
		$Hd_2 = \beta_0 \cdot \left(Hd_1 / \beta_0 \right)^{A_1/A_2}$	[8]

Hd_1 and Hd_2 : initial and projection dominant height (m). A_1 and A_2 : initial and projection ages (years). β_0 , β_1 and β_2 : compatible parameters to be estimated. e : base of natural logarithms.

but the asymptote differs (anamorphic), and (2) growth rate varies among sites while the asymptote remains constant (polymorphic) (Hirigoyen et al., 2018).

The system was selected based on the best statistical fitting values, where the estimation trend closely matches the observed data distribution, allowing for its readjustment into a projection equation for initial dominant height (Hd_1) as an additional common parameter. This approach assumes distinct growth potentials for each Aspect/Site combination (Wang et al., 2020).

Once the Hd system was selected, compatible systems for site density were fitted using the re-measured plot data. Basal area and volume were individually fitted to identify growth and yield differences by Aspect/Site at plantation level, since performing the fitting

enfoque para definir las curvas de calidad de estación con sus respectivas clases de índice de sitio (IS) a una edad base o de referencia (Eb) (Fierros-Mateo et al., 2017; Torres-Rojo & Magaña, 2001). En el Cuadro 1 se muestran dos hipótesis de crecimiento: (1) la velocidad de crecimiento entre los sitios es constante, pero su asíntota no (anamórficas), y (2) la velocidad de crecimiento varía entre los sitios; sin embargo, la asíntota se mantiene (polimórficas) (Hirigoyen et al., 2018).

El sistema se seleccionó con base en los mejores valores del ajuste estadístico, donde la tendencia de las estimaciones se apega a la distribución de los datos observados para reajustarlo y convertirlo en la ecuación de proyección de la altura dominante inicial (Ad_1) como un parámetro común adicional y así asumir un potencial de crecimiento distinto para la combinación de cada Expos/Sitio (Wang et al., 2020).

at plot-level or per hectare reduces sensitivity due to the number of observations at each aggregation level. The compatible systems used and listed in Table 2 were obtained from Fierros-Mateo et al. (2017), González-Benecke et al. (2012), Hirigoyen et al. (2018), Parra-Piedra et al. (2017), Santiago-García et al. (2013, 2016), Tamarit-Urias et al. (2014, 2019), Torres-Rojo and Magaña (2001) and Uranga Valencia et al. (2018).

The 19 compatible systems were statistically fitted using the R^{*} 2022.07.0 Build > nlme > ML (Pinheiro, 2022) program (Pinheiro, 2022) through mixed-effects models (MEM). For some parameters, the combination

Una vez elegido el sistema de *Ad*, los sistemas compatibles para la densidad del sitio se ajustaron con los datos de remediación. Las variables *AB* y *V* se ajustaron de manera individual con la finalidad de encontrar las diferencias de crecimiento e incremento por Expos/Sitio del establecimiento de las plantaciones, ya que, al realizarlo por sitio o por hectárea, el ajuste pierde sensibilidad debido al número de observaciones por nivel de agrupación establecido. Los sistemas compatibles utilizados y señalados en el Cuadro 2 se obtuvieron de Fierros-Mateo et al. (2017), González-Benecke et al. (2012), Hirigoyen et al. (2018), Parra-Piedra et al. (2017), Santiago-García et al. (2013, 2016),

Table 2. Compatible systems to predict and project the current (age: A_1) and future (age: A_2) condition of the evaluated *Pinus* plantations.

Cuadro 2. Sistemas compatibles para predecir y proyectar el estado actual (edad: E_1) y futuro (edad: E_2) de las plantaciones de *Pinus* evaluadas.

Prediction model/ Modelo de predicción	Projection model/ Modelo de proyección	Number/ Número
$N_1 = \tau_0 e^{-\tau_1 A_1}$	$N_1 = N_1 e^{-\tau_1 (A_2 - A_1)}$	[9]
$N_1 = \tau_0 e^{-\tau_1 A_1^{\tau_2}}$	$N_1 = N_1 e^{-\tau_1 (A_2^{\tau_2} - A_1^{\tau_2})}$	[10]
$BA_1 = e^{\left[\frac{-\gamma_0}{A_1}\right]} H d_1^{\gamma_1}$	$BA_2 = BA_1 \left[\frac{H d_2}{H d_1}\right]^{\gamma_1} e^{-\gamma_0 \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1}\right)}$	[11]
$BA_1 = e^{\gamma_0} H d_1^{\gamma_1} e^{\left[-\frac{\gamma_2}{A_1} + \frac{\gamma_3}{A_1} N_1\right]}$	$BA_2 = BA_1 e^{-\gamma_2 \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1}\right) + \gamma_3 \left(\frac{N_2}{A_2} - \frac{N_1}{A_1}\right)}$	[12]
$BA_1 = e^{\gamma_0} H d_1^{\gamma_1} e^{\left[\frac{-\gamma_2}{A_1}\right]}$	$BA_2 = BA_1 \left[\frac{H d_2}{H d_1}\right]^{\gamma_1} e^{-\gamma_2 \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1}\right) + \gamma_3 \left(\frac{N_2}{A_2} - \frac{N_1}{A_1}\right)}$	[13]
$BA_1 = e^{\gamma_0} H d_1^{\gamma_1} e^{\left[\frac{-\gamma_2}{A_1}\right]}$	$BA_2 = BA_1 \left[\frac{H d_2^{\gamma_1} e^{-\gamma_2/A_2}}{H d_1^{\gamma_1} e^{-\gamma_2/A_1}}\right]$	[14]
$BA_1 = e^{\gamma_0} H d_1^{\gamma_1} e^{\left[\frac{\gamma_2 + \gamma_3 N_1}{A_1}\right]}$	$BA_2 = BA_1 \left[\frac{H d_2^{\gamma_1} e^{(\gamma_2 + \gamma_3 N_2)/A_2}}{H d_1^{\gamma_1} e^{(\gamma_2 + \gamma_3 N_1)/A_1}}\right]$	[15]
$BA_1 = e^{\gamma_0} H d_1^{\gamma_1} e^{\left[\frac{\gamma_2 + \gamma_3 N_1 + \gamma_4 H d_1}{A_1}\right]}$	$BA_2 = BA_1 \left[\frac{H d_2^{\gamma_1} e^{(\gamma_2 + \gamma_3 N_2 + \gamma_4 H d_2)/A_2}}{H d_1^{\gamma_1} e^{(\gamma_2 + \gamma_3 N_1 + \gamma_4 H d_1)/A_1}}\right]$	[16]
$V_1 = e^{\left[\omega_0 + \frac{\omega_1}{BA_1} H d_1\right]} A_1^{\omega_2} H d_1$	$V_2 = V_1 \left[\frac{A_2}{A_1}\right]^{\omega_2} \left[\frac{H d_2}{H d_1}\right] e^{\left[\omega_1 \left(\frac{BA_2}{BA_1} - \frac{H d_2}{H d_1}\right)\right]}$	[17]
$V_1 = \omega_0 BA_1^{\omega_1} H d_1^{\omega_2} e^{\left[\omega_3 N_1/A_1\right]}$	$V_2 = V_1 \left[\frac{BA_2^{\omega_1} H d_2^{\omega_2} e^{\left[\omega_3 N_2/A_2\right]}}{BA_1^{\omega_1} H d_1^{\omega_2} e^{\left[\omega_3 N_1/A_1\right]}}\right]$	[18]
$V_1 = \omega_0 BA_1^{\omega_1} H d_1^{\omega_2} e^{\left[-\omega_3/A_1\right]}$	$V_2 = V_1 \left[\frac{BA_2}{BA_1}\right]^{\omega_1} \left[\frac{H d_2}{H d_1}\right]^{\omega_2} e^{\left[-\omega_3 \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1}\right)\right]}$	[19]
$V_1 = \omega_0 BA_1^{\omega_1} e^{\left[-\omega_2/A_1\right]} e^{\left[\omega_3 \frac{AB_1}{A_1} + \omega_4 \frac{H d_1}{A_1}\right]}$	$V_2 = V_1 \left[\frac{BA_2^{\omega_1} e^{\left[-\omega_2/A_2\right]} e^{\left[\omega_3 \frac{AB_2}{A_2} + \omega_4 \frac{H d_2}{A_2}\right]}}{BA_1^{\omega_1} e^{\left[-\omega_2/A_1\right]} e^{\left[\omega_3 \frac{AB_1}{A_1} + \omega_4 \frac{H d_1}{A_1}\right]}}\right]$	[20]
$V_1 = \omega_0 BA_1^{\omega_1} H d_1^{\omega_2}$	$V_2 = V_1 \left(\frac{BA_2}{BA_1}\right)^{\omega_1} \left(\frac{H d_2}{H d_1}\right)^{\omega_2}$	[21]

BA_1 and BA_2 : initial and projected basal area (m^2). Hd_1 and Hd_2 : initial and projected dominant height (m). N_1 and N_2 : initial and projected stand density per site (number of trees in 400 m^2). V_1 and V_2 : initial and projected volume (m^3). γ , δ , ω , and τ : compatible parameters to be estimated for each tree measurement variable, e : base of natural logarithms. \ln : natural logarithm.

of Aspect/Site was additively included as a grouping variable: Z/i, NE/i, E/i, SE/i, SW/i, and NW/i, where i is the sampling site. To obtain the system's random parameters, the marginal maximum likelihood approximation of the best linear unbiased predictor was used (Mehtätalo & Lappi, 2022).

The MEM analysis was chosen because it allows for the estimation of fixed parameters, which are global for the population, and random parameters, which enable specific contrast scenarios at each grouping level (Correa Morales & Salazar Uribe, 2016; Mehtätalo & Lappi, 2022). The fitting was performed by constructing a bivariate database (Pinheiro & Bates, 2000), as two measurements of the same variable were taken from the same individual at two different time periods; for example, the fitted structure of the compatible system [20] for V takes the form of system [22].

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(BA_{1i}, Hd_{1i}, A_{1i}; p) & 0 \\ 0 & g(V_{1i}, BA_{2i}, Hd_{2i}, A_{2i}; p) \end{pmatrix} + \varepsilon_i \quad [22]$$

where: V_1 and V_2 = Vector of observations of initial and projected volume, or age zero and Ab in the i -th individual, respectively; $f(BA_{1i}, Hd_{1i}, A_{1i}; p)$ = structure of the prediction model including the independent variables; $g(V_{1i}, BA_{2i}, Hd_{2i}, A_{2i}; p)$ = structure of the projection model including the independent variables; $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ = error term within the system, and, and p = parameter vector, in which the mixed-effects parameter (ω_i) is specified, incorporating the grouping level additively ($\omega_1 + \omega_i$), resulting in a value for the random parameter defined by group (ω_{1i}). The structure with the random effect defined as $\omega_{1i} \sim N(0, \phi^2)$:

$$p = \begin{pmatrix} \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_{1i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

To correct for heteroscedasticity and inconsistent error in the estimates, a power variance function was included within the MEM adjustment structure: $var(\varepsilon_{ij}) = v_i^{2 \cdot \delta_i [(1-f)+f]}$. Where $var(\varepsilon_{ij})$ is the variance function evaluated using the variance covariate of the residuals from the predictor (v_i), and δ_i refers to the variance function coefficient, which is specific for each level (δ_i). The term f is an indicator variable with a value of 1 when used in the prediction equation and 0 when applied to the ADA expression (Mehtätalo & Lappi, 2022; Pinheiro & Bates, 2000).

Autocorrelation was corrected by incorporating an autoregressive moving average structure (ARMA(p,q)), into the system, where p and q represent the assigned autoregressive and moving average orders, respectively (Pinheiro & Bates, 2000; Quiñonez Barraza et al., 2018).

Tamarit-Urias et al. (2014, 2019), Torres-Rojo y Magaña (2001) y Uranga Valencia et al. (2018).

Los 19 sistemas compatibles se ajustaron estadísticamente en el programa R® 2022.07.0 Build, a través de modelos de efectos mixtos no lineales (nlme, por sus siglas en inglés) y la técnica de máxima verosimilitud (ML). En algunos de los parámetros se incluyó, de manera aditiva, la combinación de la Expos/Sitio como variable de agrupación: Z/i, NE/i, E/i, SE/i, SO/i y NO/i; donde i es el sitio de muestreo. Para obtener los parámetros aleatorios del sistema se utilizó la aproximación marginal de máxima verosimilitud del mejor predictor lineal empírico insesgado (Mehtätalo & Lappi, 2022).

Se eligió el análisis de MEM porque permite obtener parámetros fijos, que son globales para la población y aleatorios, con los cuales pueden hacerse escenarios de contraste específicos por nivel de agrupación (Correa Morales & Salazar Uribe, 2016; Mehtätalo & Lappi, 2022). El ajuste se realizó a través de la construcción de una base de datos de forma bivariada (Pinheiro & Bates, 2000), por ser dos mediciones de una variable en el mismo individuo en dos periodos; por ejemplo, la estructura de ajuste del sistema compatible [20] para V toma la forma del sistema [22].

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(AB_{1i}, Ad_{1i}, Ed_{1i}; p) & 0 \\ 0 & g(V_{1i}, AB_{2i}, Ad_{2i}, Ed_{2i}; p) \end{pmatrix} + \varepsilon_i \quad [22]$$

donde: V_1 y V_2 = vector de observaciones del volumen inicial y de proyección, o edad cero y Eb en el i -ésimo individuo, respectivamente; $f(AB_{1i}, Ad_{1i}, Ed_{1i}; p)$ = estructura del modelo de predicción donde se incluyen las variables independientes; $g(V_{1i}, AB_{2i}, Ad_{2i}, Ed_{2i}; p)$ = estructura del modelo de proyección en donde se incluyen las variables independientes; $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ = término de error dado dentro del sistema, y p = vector de los parámetros, en los que se especifica el parámetro de efecto mixto (ω_i), en el cual se hace la inclusión aditiva del nivel de agrupación ($\omega_1 + \omega_i$), que da como resultado un valor en el parámetro aleatorio establecido por grupo (ω_{1i}). La estructura con el efecto aleatorio definido como $\omega_{1i} \sim N(0, \phi^2)$:

$$p = \begin{pmatrix} \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_{1i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Para corregir la heterocedasticidad y el error inconsistente en las estimaciones, se incluyó, dentro de la estructura del ajuste de los MEM, la función de varianza de potencia: $var(\varepsilon_{ij}) = v_i^{2 \cdot \delta_i [(1-f)+f]}$. Donde $var(\varepsilon_{ij})$ es la función de varianza evaluada en la covariable de varianza de los residuales del predictor (v_i), y δ_i se refiere al coeficiente de la función de varianza, los cuales serán específicos para cada nivel (δ_i) y f se refiere a la variable

The best compatible system was selected by verifying that all parameters were significantly different from zero ($p < 0.05$) and by evaluating the likelihood ratio through ANOVA (using the *nlme* function) (Pinheiro & Bates, 2000). Subsequently, the systems were ranked based on the values of the coefficient of determination (R^2), root mean square error, bias, log-likelihood (*logLik*), and the Akaike and Bayesian information criteria (Santiago-García et al., 2013).

Since the best statistical fits do not necessarily reflect the distribution trend of the observed data, the estimates from each system were compared against field data. Normality in the frequency of residuals was assumed to be approximately normal (given $>2\ 000$ observations), and homoscedasticity of the residuals was verified graphically (Correa Morales & Salazar Uribe, 2016).

Once the estimates were obtained using the fixed parameters for each component of the TGYS systems, the current annual increment (CAI) was determined by the difference between the projected value (y_1) and the initial value (y_2) of each tree measurement variable, divided by the difference between A_2 and A_1 ($CAI = (y_2 - y_1) / (A_2 - A_1)$). The mean annual increment (MAI) was calculated by dividing each tree measurement variable (y_i) by age ($MAI = y_i / A_i$), while the technical rotation (tt) was defined as the point at which $CAI = MAI$ (Torres-Rojo & Magaña, 2001).

Results

The model fitting analyses for each tree measurement variable, after selecting the parameter where the random effect was included and which yielded the best statistical indicators, are presented in Table 3. This table implicitly includes the likelihood ratio test values obtained through ANOVA.

The detailed breakdowns of each fitted model are provided in Appendix I, which may serve as reference seed values for future fitting of the proposed compatible systems for each variable. For both species (Appendix 1.1), the Schumacher expression [8] (anamorphic) was statistically the best for *Hd*; however, when comparing the estimates to the observed data in *P. montezumae*, the trend overestimated values at ages <15 years and again after 24 years. Therefore, expression [7] (polymorphic) was selected instead. The variability explained by the adjusted compatible systems for *P. montezumae* ranged from 76 to 92 %, with overall deviations of 1.82 m and a bias of -0.73 m. For *P. pseudostrobus*, the explained variability ranged from 85 to 98 %, with global deviations and bias values of 2.08 m and -1.08 m, respectively (Appendix 1.1). The best performance was obtained by including the

indicadora con valor de 1 para ser utilizada en la ecuación de predicción y 0 para la expresión ADA (Mehtätalo & Lappi, 2022; Pinheiro & Bates, 2000).

La autocorrelación se corrigió al incluir en el sistema una estructura autorregresiva de media móvil ($ARMA(p,q)$), donde p y q son el orden autorregresivo y de la media móvil asignado, respectivamente (Pinheiro & Bates, 2000; Quiñonez Barraza et al., 2018).

El mejor sistema compatible se eligió a través de la verificación de que todos los parámetros fueran diferentes de 0 ($p < 0.05$) y de la proporción de verosimilitud mediante un ANOVA (función *nlme*) (Pinheiro & Bates, 2000). Posteriormente, se realizó una clasificación a través de los valores del coeficiente de determinación (R^2), raíz del cuadrado medio del error, sesgo, logaritmo de verosimilitud (*logLik*) y los criterios de información de Akaike y Bayesiano (Santiago-García et al., 2013).

En virtud que los mejores ajustes estadísticos no reflejan necesariamente la tendencia de distribución de la información observada, se contrastaron las estimaciones de cada sistema versus los datos de campo. La normalidad en la frecuencia de los residuales se asumió como tendiente a la normal ($>2\ 000$ observaciones) y la distribución homocedástica de los residuales se verificó de forma gráfica (Correa Morales & Salazar Uribe, 2016).

Una vez realizadas las estimaciones con los parámetros fijos por cada componente de los sistemas del SCRM, se determinó el incremento corriente anual (ICA) mediante la diferencia del valor de proyección (y_2) con respecto a la dimensión inicial (y_1) de cada una de las variables dasométricas entre la diferencia Ed_2 y Ed_1 ($ICA = (y_2 - y_1) / (Ed_2 - Ed_1)$). El incremento medio anual (IMA) se obtuvo con la división de cada variable dasométrica (y_i) entre la edad ($IMA = y_i / E_i$), mientras que, el turno técnico (tt) se definió donde $ICA = IMA$ (Torres-Rojo & Magaña, 2001).

Resultados

Los análisis de ajuste en los sistemas para cada variable dasométrica, una vez elegido el parámetro donde se incluyó el efecto aleatorio y que arrojó los mejores estadísticos, se presentan en el Cuadro 3, donde se agregan, de manera implícita, los valores de la prueba de proporción de verosimilitud realizada con el ANOVA.

Los desgloses de cada uno de los ajustes se muestran en el Anexo I, los cuales pueden ser referencia como valores semilla en futuros ajustes de los sistemas compatibles propuestos para cada una de las variables. Para ambas especies (Anexo 1.1), la expresión [8] de Schumacher

Table 3. Parameters and goodness-of-fit statistics of the compatible systems for tree measurement variables in *Pinus* species.
Cuadro 3. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste de los sistemas compatibles para las variables dasométricas en las especies de *Pinus*.

Number/ Número	Parameter/ Parámetro	Value/Valor ($p < 0.0001$)	t value/ Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Variable	RMSE/ RCME	Bias/ Sesgo
<i>Pinus montezumae</i>										
[7]	β_0	36.951	32.74	5 426.8	5 465.9	-2 706.4	0.784	Hd_1/Ad_1	2.288	-1.970
	β_1^ϕ	16.224	21.46					Hd_2/Ad_2	1.275	0.156
[9]	τ_0	33.714	373.66	539.7	574.8	-263.8	0.690	N_1	1.053	0.959
	τ_1^ϕ	0.032	11.33					N_2	0.436	-0.041
[15]	γ_0	-7.722	-47.41	15 670	15 623.0	7843	0.787	BA_1/AB_1	0.014	-0.006
	γ_1^ϕ	1.620	24.51					BA_2/AB_2	0.013	-7E-04
	γ_2	3.456	88.60							
	γ_3	-0.018	-12.17							
[17]	ω_0	-6.246	-46.36	9 360.6	9 319.7	5 187.3	0.874	V_1	0.104	-0.063
	ω_1	0.0004	-60.88					V_2	0.094	0.006
	ω_2^ϕ	0.928	18.00							
<i>Pinus pseudostrobus</i>										
[8]	β_0	59.412	31.70	9 282.2	9 323.5	-4634.1	0.857	Hd_1/Ad_1	2.431	-2.537
	β_1^ϕ	22.803	28.46					Hd_2/Ad_2	1.756	0.185
[9]	τ_0	31.593	252.20	1 482	1 453.5	746.0	0.632	N_1	1.039	1.011
	τ_1^ϕ	0.034	31.49					N_2	0.238	0.011
[15]	γ_0	-6.320	-45.32	9 709	9 663	4 862	0.846	BA_1/AB_1	0.035	-0.011
	γ_1^ϕ	1.216	26.88					BA_2/AB_2	0.034	-0.002
	γ_2	3.726	65.21							
	γ_3	-0.042	-8.64							
[17]	ω_0	-5.334	-40.08	4 778.9	4 733.2	2 397.5	0.956	V_1	0.198	-0.142
	ω_1	-0.002	-82.86					V_2	0.147	0.091
	ω_2^ϕ	0.833	19.47							

ϕ : random effect parameter. AIC and BIC: Akaike and Bayesian information criteria, respectively. logLik: log-likelihood. Hd_1 and Hd_2 , N_1 and N_2 , BA_1 and BA_2 , and V_1 and V_2 ; refer to initial and projected values of dominant height, density, basal area, and volume, respectively. RMSE: root mean square error. R²: coefficient of determination.

ϕ : parámetro de efecto aleatorio. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano, respectivamente. logLik: logaritmo de verosimilitud. Ad_1 y Ad_2 , N_1 y N_2 , AB_1 y AB_2 y V_1 y V_2 ; altura dominante, densidad, área basal y volumen inicial y de proyección, respectivamente. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación.

random effect defined by the Aspect/Site conditions in the growth rate parameter (β_1) of the model.

The polymorphic growth trend in Hd at Eb of 25 years for *P. montezumae*, with four site index labels of 10 m, 14 m, 18 m, and 22 m (Figure 1a) shows different maximum increments and technical rotations for each condition (Figure 1b). This indicates that management and silvicultural practices should be differentiated. For *P. pseudostrobus*, the growth trend is anamorphic (Figure 1c) at Eb of 20 years, with higher CAI between 14–15 years for SI labels of 10 m, 16 m, 22 m, and 28 m (Figure 1d).

The likelihood ratio test via ANOVA indicated no significant differences between the two density systems for either species ($\alpha < 0.5$). However, compatible

(anamórfica) era estadísticamente la mejor para la Ad ; sin embargo, al contrastar las estimaciones versus los datos observados en *P. montezumae*, la tendencia sobrestima la información en edades menores de 15 y sobrestimaba la Ad posterior a 24 años, razón por la cual se optó por la expresión compatible [7] (polimórfica). La explicación de la variabilidad muestral con los sistemas compatibles ajustados para *P. montezumae* fue de 76 a 92 % con desviaciones globales de 1.82 m y sesgo de -0.73 m; mientras que en *P. pseudostrobus*, la explicación oscila entre 85 y 98 % con valores de 2.08 m y -1.08 m, respectivamente (Anexo 1.1). El mejor resultado se obtuvo al incluir el efecto aleatorio dado por las condiciones de Expos/Sitio en la velocidad de crecimiento (β_1) del modelo.

La tendencia de crecimiento polimórfica en Ad a una Eb de 25 años para *P. montezumae* con cuatro

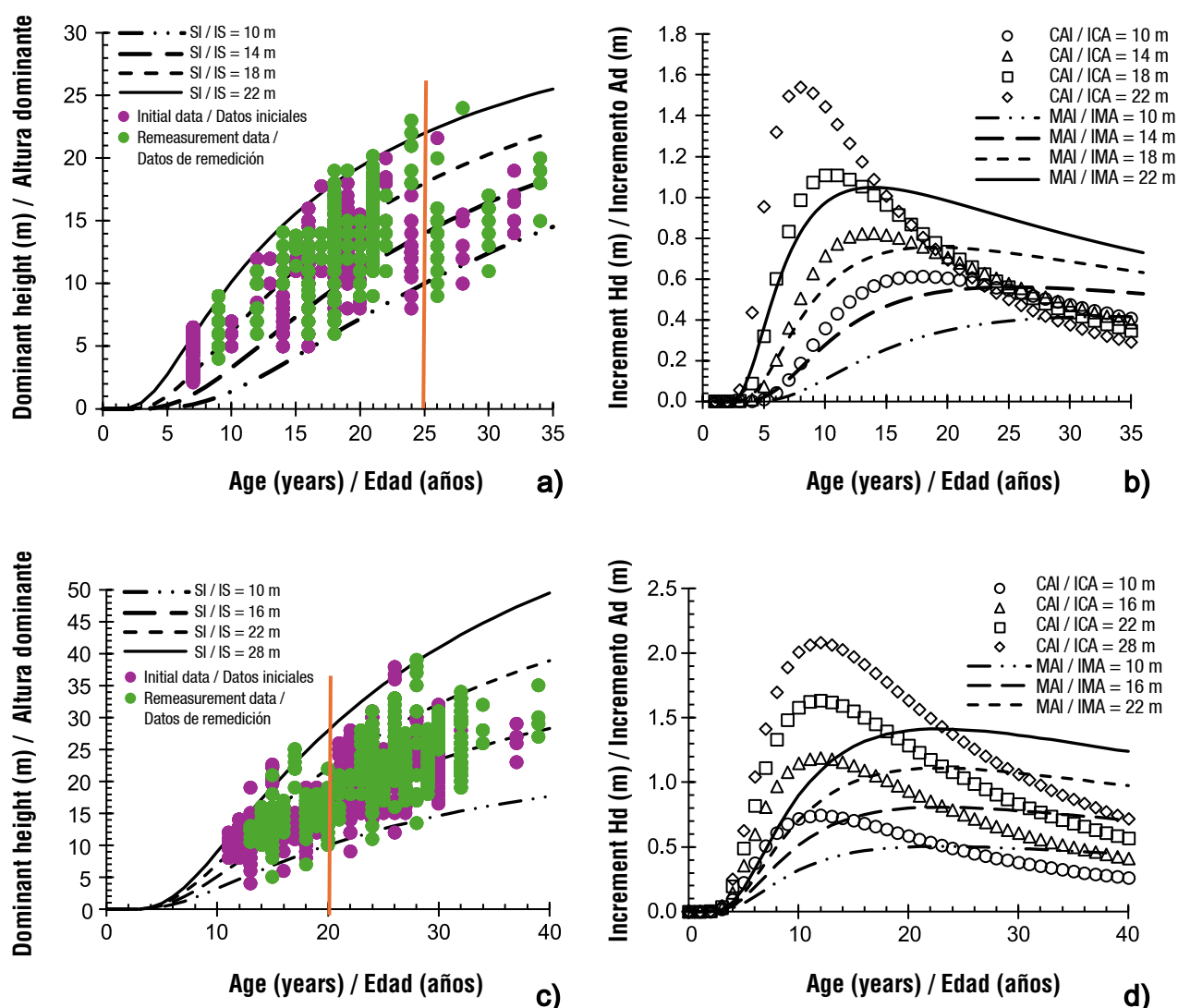


Figure 1. Polymorphic dominant height (Hd) growth curves for *Pinus montezumae* (a) and anamorphic curves for *Pinus pseudostrobus* (c) at base ages of 25 and 20 years, respectively, and increment trends (b: *P. montezumae*; d: *P. pseudostrobus*). SI: site index, CAI: current annual increment, MAI: mean annual increment.

Figura 1. Curvas de crecimiento en altura dominante (Ad) de tipo polimórficas para *Pinus montezumae* (a) y anamórficas para *Pinus pseudostrobus* (c) a 25 y 20 años, respectivamente, y tendencias de incrementos (b: *P. montezumae* y d: *P. pseudostrobus*). IS: índice de sitio, ICA: incremento corriente anual, IMA: incremento medio anual.

expression [9] yielded the highest R^2 and greatest parsimony, and, given the similarity in RMSE and bias values, it was selected as the best-performing model (Appendix 1.2). This expression produced more conservative estimates for initial density (N_1), with 1 306 and 1 221 trees·ha⁻¹ for *P. montezumae* and *P. pseudostrobus*, respectively. In both cases, the random effect is associated with the rate of density decline as the stand ages and trees increase in size (τ_1). The annual mortality rate was estimated at 3.14 % and 3.35 % for each species, with stand densities at the base ages of 25 and 20 years of 607 and 640 trees·ha⁻¹ for *P. montezumae* and *P. pseudostrobus*, respectively.

etiquetas de $IS = 10$ m, 14 m, 18 m y 22 m (Figura 1a) señala incrementos máximos y turnos técnicos distintos para cada condición (Figura 1b), por lo cual, el manejo y aplicación de prácticas silvícolas deberá ser diferenciada. Para *P. pseudostrobus*, la tendencia de crecimiento es anamórfica (Figura 1c) a una E_b de 20 años con mayores ICA entre 14-15 años para las etiquetas de $IS = 10$ m, 16 m, 22 m y 28 m (Figura 1d).

La prueba de proporción de verosimilitud por ANOVA señaló que no existen diferencias entre los dos sistemas de densidad en ambas especies ($\alpha < 0.5$); sin embargo, la expresión compatible [9] fue la de mayor R^2 y parsimonia,

When fitting the systems for BA, it was found that parameter γ_3 of system [13] was not significant in either species; this parameter is associated with the ratio of age to initial density (N_1). Additionally, for *P. montezumae* only, parameters γ_3 and $\gamma_2\gamma_3$ in the compatible expressions [12] and [16], respectively – both related to stand density – also lacked significance. Therefore, these expressions are not included in the statistical analysis presented in Appendix 1.3. For both species, system [15] was selected based on both statistical fit and estimation trends. Using this system, basal area estimates at the *Eb* of 25 and 20 years were 23.12 $\text{m}^2\cdot\text{ha}^{-1}$ and 30.15 $\text{m}^2\cdot\text{ha}^{-1}$ for *P. montezumae* and *P. pseudostrobus*, respectively, with *CAI* at age of 10 years of 1.87 $\text{m}^2\cdot\text{ha}^{-1}\cdot\text{yr}^{-1}$ and 2.62 $\text{m}^2\cdot\text{ha}^{-1}\cdot\text{yr}^{-1}$.

System [17] was identified as the most appropriate for estimating volume in both species, based on statistical fitting and ANOVA results (Appendix 1.4), as it includes a random effect in the parameter associated with A_1 under each condition (ω_2). Using the compatible structures as part of a full TGYS system, projected volume yields at the established base ages were 109.47-223.12 $\text{m}^3\cdot\text{ha}^{-1}$ for *P. montezumae* (25 years) and 150.72-284.86 $\text{m}^3\cdot\text{ha}^{-1}$ for *P. pseudostrobus* (20 years) (Figure 2a and 2c, respectively). The estimates suggest that yields of up to 260.95 $\text{m}^3\cdot\text{ha}^{-1}$ and 468.70 $\text{m}^3\cdot\text{ha}^{-1}$ can be achieved at the maximum recorded ages of 35 years for *P. montezumae* and 40 years for *P. pseudostrobus*, respectively.

The maximum *CAI* in volume for *P. montezumae* ranged from 7.2 $\text{m}^3\cdot\text{yr}^{-1}$ and 13.7 $\text{m}^3\cdot\text{yr}^{-1}$, varying by *SI* due to the polymorphic nature of the dominant height growth curve. For site indices of 10 m, 14 m, 18 m, and 22 m, the age of maximum accumulation occurs at 11, 13, 16, and 19 years, respectively, with corresponding technical rotations of 20, 23, 26, and 31 years (Figure 2b). In contrast, for *P. pseudostrobus*, the anamorphic trend in volume indicates a maximum *CAI* at 15 years and a technical rotation of 22 years, with yields ranging from 12.0 $\text{m}^3\cdot\text{yr}^{-1}$ to 23.1 $\text{m}^3\cdot\text{yr}^{-1}$ for the lowest (*SI* = 10 m) and highest (*SI* = 28 m) site qualities, respectively (Figure 2d).

Annex I.5 shows the standard deviation and residual values of the parameter that included the random effects for each compatible system, the values of the parameters related to the $ARMA(p,q)$ correlation structure, and the variance function (*varPower*) in the analysis using mixed-effects models. Moreover, the variance-covariance matrix values of the parameters were included to allow for the use of these systems through some type of calibration of the random parameters.

por lo cual, y aunado a que los valores de la *RCME* y sesgo son muy similares, fue elegido como el mejor (Anexo 1.2). Esta expresión fue más conservadora en la densidad inicial (N_1) con 1 306 y 1 221 árboles· ha^{-1} para *P. montezumae* y *P. pseudostrobus*, respectivamente. En ambos casos, el efecto aleatorio está dado en la velocidad de disminución de la densidad a medida que el arbolado se hace más longevo e incrementa sus dimensiones (τ_1). La tasa de mortalidad anual es de 3.14 % y 3.35 % para cada especie, donde la densidad a la *Eb* de 25 y 20 años es de 607 y 640 árboles· ha^{-1} para *P. montezumae* y *P. pseudostrobus*, respectivamente.

Al ajustar los sistemas para AB se obtuvo que el parámetro γ_3 del sistema [13] no fue significativo en ambas especies, el cual está relacionado con el cociente de la edad entre la N_1 ; mientras que, solo para *P. montezumae*, los parámetros γ_3 y $\gamma_2\gamma_3$ de las expresiones compatibles [12] y [16], respectivamente, relacionados con la densidad, tuvieron este problema. Por tal razón, dichas expresiones no se muestran en el análisis estadístico del Anexo 1.3; para las dos especies, el sistema seleccionado tanto por ajuste estadístico como por tendencias de estimación fue el [15]. Con este sistema se estiman 23.12 $\text{m}^2\cdot\text{ha}^{-1}$ y 30.15 $\text{m}^2\cdot\text{ha}^{-1}$ a la *Eb* de 25 y 20 años para *P. montezumae* y *P. pseudostrobus*, respectivamente, con un *ICA* a los 10 años de 1.87 $\text{m}^2\cdot\text{ha}^{-1}\cdot\text{año}^{-1}$ y 2.62 $\text{m}^2\cdot\text{ha}^{-1}\cdot\text{año}^{-1}$.

El sistema [17] para estimar el volumen, por su ajuste estadístico y ANOVA, es el adecuado para ambas especies (Anexo 1.4), esto al incluir el efecto aleatorio en el parámetro relacionado con la E_1 de cada condición (ω_2). Al emplear las estructuras compatibles, ya como un *SCRM*, se obtiene un rendimiento en volumen a la *Eb* establecida para *P. montezumae* (25 años) y *P. pseudostrobus* (20 años) de entre 109.47-223.12 $\text{m}^3\cdot\text{ha}^{-1}$ (Figura 2a) y 150.72-284.86 $\text{m}^3\cdot\text{ha}^{-1}$ (Figura 2c), respectivamente. Las estimaciones muestran que se pueden alcanzar rendimientos de hasta 260.95 $\text{m}^3\cdot\text{ha}^{-1}$ y 468.70 $\text{m}^3\cdot\text{ha}^{-1}$ a las edades máximas registradas en *P. montezumae* (35 años) y *P. pseudostrobus* (40 años), respectivamente.

El *ICA* máximo en volumen para *P. montezumae* osciló entre 7.2 $\text{m}^3\cdot\text{año}^{-1}$ y 13.7 $\text{m}^3\cdot\text{año}^{-1}$, el cual es diferenciado para cada calidad de estación, debido a la condición polimórfica de la curva de crecimiento de *Ad*. Para los *IS* de 10 m, 14 m, 18 m y 22 m, la edad de máxima acumulación es a los 11, 13, 16 y 19 años, respectivamente, con turnos técnicos de 20, 23, 26 y 31 años (Figura 2b). Mientras que, para *P. pseudostrobus*, la tendencia anamórfica en volumen señala un *ICA* máximo a los 15 años y un turno técnico de 22 años, oscilando el rendimiento entre 12.0 $\text{m}^3\cdot\text{año}^{-1}$ y

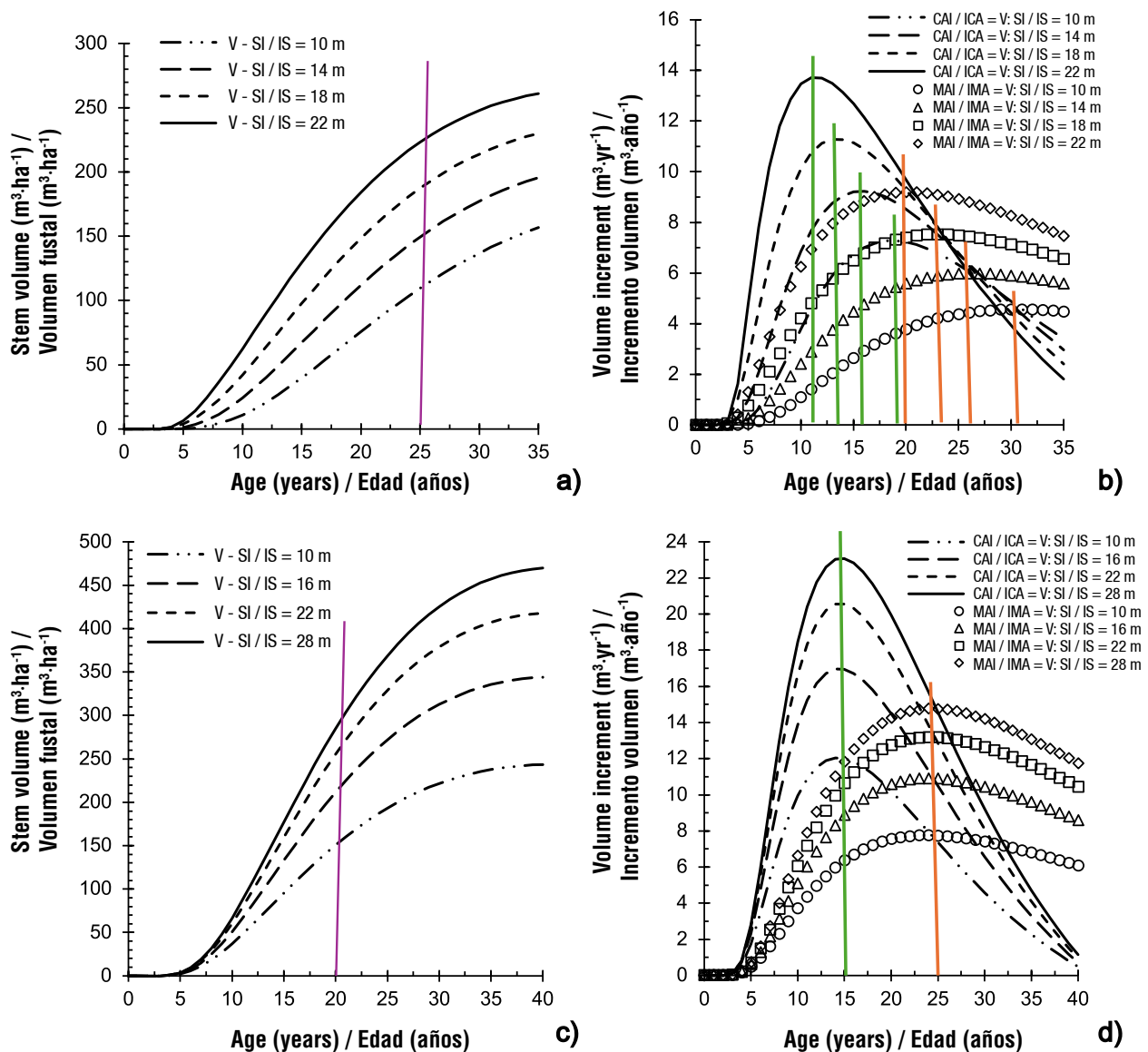


Figure 2. Volume yield under polymorphic conditions (a) for *Pinus montezumae* and anamorphic conditions (c) for *Pinus pseudostrobus* at base ages of 25 and 20 years, respectively, as well as increment trends (b and d). SI: site index; CAI: current annual increment; MAI: mean annual increment.

Figura 2. Rendimiento en volumen en condiciones polimórficas (a) para *Pinus montezumae* y anamórficas (c) para *Pinus pseudostrobus* a una edad base de 25 y 20 años, respectivamente, así como tendencias de incrementos (b y d). IS: índice de sitio, ICA: incremento corriente anual, IMA: incremento medio anual.

Discussion

The polymorphic and anamorphic dominant height growth trends satisfactorily described the observed variability for *P. montezumae* and *P. pseudostrobus* plantations, respectively. The polymorphic H_d trend for *P. montezumae* included in the TGYS differs from that reported by Zepeda Bautista and Acosta Mireles (2016) for natural stands of *P. montezumae* in San Juan Tetla, Puebla, Mexico, who proposed anamorphic

$23.1 \text{ m}^3 \cdot \text{año}^{-1}$ for the lowest ($IS = 10 \text{ m}$) and highest ($IS = 28 \text{ m}$) quality of station, respectively (Figure 2d).

En el Anexo I.5 se presentan los valores de la desviación estándar y residual del parámetro en el que se incluyeron los efectos aleatorios de cada sistema compatible, el valor de los parámetros relacionados con la estructura de correlación $ARMA(p,q)$ y de función de varianza ($varPower$) en el análisis por MEM. De igual manera, se incluyeron los valores de la matriz

growth trends for *Hd*. However, it agrees with the findings of Fierros-Mateo et al. (2017) for *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen plantations in Tlatlauquitepec, Puebla, Mexico. On the other hand, in Nuevo San Juan, Michoacán, Mexico, García-Espinoza et al. (2019) reported polymorphic *Hd* growth trends for *P. pseudostrobus* using stem analysis data, which contrasts with the trend found in the present study for the species based on remeasurement plots.

The differences in dominant height growth trends may be partially attributed to variations in the implementation of silvicultural practices, such as uneven pruning and brushing, the intensity of silvicultural treatments such as pre-commercial thinning or thinning or the type of management such as total or clear-cutting. A similar pattern was observed in *Pinus patula* Schl. et Cham., where initial analyses indicated that anamorphic *Hd* curves provided the best fit for growth modeling (Santiago-García et al., 2013); however, in a subsequent update of the TGYS, a polymorphic trend yielded a better fit (Santiago-García et al., 2016).

The relationship between *Hd* and age, as expressed through *SI*, is the most important component of the TGYS (Santiago-García et al., 2016), as it enables a simplified and accurate classification of forest productivity and supports growth projections for the planning of silvicultural activities. This is because height is the variable least affected by stand density level (Tamarit-Urias et al., 2019; Torres-Rojo & Magaña, 2001).

The mortality rates for *P. montezumae* (3.14 %) and *P. pseudostrobus* (3.35 %) are similar to those reported by Santiago-García et al. (2013, 2016) for *P. patula* stands in managed forests (3.3–4.76 %). However, they differ from the findings of Fierros-Mateo et al. (2017), who reported a mortality rate of 1.7 % for *P. chiapensis* plantations, which may be attributed to species-specific traits, site conditions, or the initial planting density. When using these mortality equations, it is recommended to establish a minimum stand density per hectare at a given base age. Without this restriction, the projections could lead to a scenario of zero density, which is neither logical nor desirable (Fierros-Mateo et al., 2017; Santiago-García et al., 2016). For example, setting a harvest rotation based on investor objectives and market demand for specific log dimensions can help ensure more realistic outcomes.

One approach to expanding the systems in future model refinements could involve incorporating the initial planting density (N_1), as proposed by Tamarit-Urias et al. (2019) for *Tectona grandis* L. f. in Campeche, Mexico.

de varianza-covarianza de los parámetros para poder utilizar estos sistemas a través de algún tipo de calibración de los parámetros aleatorios.

Discusión

La tendencia de crecimiento de la *Ad* de tipo polimórfico y anamórfico describió satisfactoriamente la variabilidad observada para las plantaciones forestales de *P. montezumae* y *P. pseudostrobus*, respectivamente. La tendencia polimórfica de *Ad* para *P. montezumae* incluida en el SCRM difiere con lo reportado por Zepeda Bautista y Acosta Mireles (2016) para rodales naturales de *P. montezumae* en San Juan Tetla, Puebla, México, quienes propusieron tendencias de crecimiento en *Ad* de tipo anamórfico, pero concuerda con lo encontrado por Fierros-Mateo et al. (2017) para plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen en Tlatlauquitepec, Puebla, México. Por otra parte, en Nuevo San Juan, Michoacán, México, García-Espinoza et al. (2019) reportan tendencias de crecimiento de *Ad* de tipo polimórfica para *P. pseudostrobus* al utilizar datos de análisis troncales, lo cual difiere con la tendencia encontrada en la presente investigación para la especie en parcelas de remediación.

Las tendencias distintas de crecimiento en *Ad* podrían explicarse, en parte, por las diferencias en la aplicación de prácticas culturales como podas y chapeos heterogéneos, la intensidad de tratamientos silvícolas de aclareos precomerciales, aclareos o el tipo de manejo como cortas totales o por fajas. Tal situación se observó para *Pinus patula* Schl. et Cham., donde en un primer análisis se determinó que las curvas de *Ad* de tipo anamórficas eran las que mejor describían el crecimiento (Santiago-García et al., 2013), pero en una actualización posterior del SCRM, la tendencia que ajustó mejor fue de tipo polimórfica (Santiago-García et al., 2016).

La relación entre la *Ad* y la edad expresada del *IS* son el componente más importante del SCRM (Santiago-García et al., 2016), porque permiten clasificar la productividad forestal de forma simplificada y precisa, así como realizar proyecciones de crecimiento para la planeación de actividades silvícolas, en virtud de que la altura es la variable menos afectada por la densidad (Tamarit-Urias et al., 2019; Torres-Rojo & Magaña, 2001).

Los porcentajes de mortalidad para *P. montezumae* (3.14 %) y *P. pseudostrobus* (3.35 %) son semejantes a los valores reportados por Santiago-García et al. (2013, 2016) para rodales de *P. patula* en bosques manejados (3.3–4.76 %). Sin embargo, difieren con Fierros-Mateo et al. (2017), quienes reportan mortalidad de 1.7 % para plantaciones de *P. chiapensis*; esto puede obedecer a los hábitos de la especie, a las condiciones de sitio o la densidad inicial de la plantación. Para el uso de estas

Alternativamente, a fixed N_i value could be established using spacing-density combinations such as 2 500: 2 × 2 m; 1 667: 2 × 3 m; 1 111: 3 × 3; and 833: 4 × 3 m, similar to the approach used by Parra-Piedra et al. (2017), who set the initial parameter at 1 100 trees·ha⁻¹ for *P. patula* in Zacualpan, Veracruz, Mexico.

The estimates of Hd , BA , and V generated by the species-specific TGYS structures exhibit a sigmoidal growth pattern, characterized by a defined inflection point at a particular age and a maximum horizontal asymptote – traits that are considered ideal for modeling forest growth variables (Kiviste et al., 2002). In addition, the proposed transition functions effectively capture and project changes in tree measurement variables of the TGYS from the current state of the stand (Santiago-García et al., 2013) and demonstrate analytical consistency among the functions employed (Zepeda Bautista & Acosta Mireles, 2016).

It should be noted that the technical rotations derived from the fixed parameters of the GYS for *P. montezumae* and *P. pseudostrobus* may vary depending on site quality, generally resulting in longer rotations for lower site indices (Fierros-Mateo et al., 2017). Typically, technical rotations are shortened when modified through silvicultural treatments such as thinning, which reduces the crossover age between CAI and MAI under lower stand densities or greater thinning intensity (González-Benecke et al., 2012; Santiago-García et al., 2016). Additionally, rotation age may vary due to growth trends influenced by species-specific responses to topographic orientation. In younger stands, silvicultural practices such as pruning, brushing, and thinning contribute to increased growth and yield, and therefore, the optimal rotation age for a plantation can be variable (Fierros-Mateo et al., 2017).

The trends in dominant height, mortality, growth, and yield observed in the study species and explained by Aspect/site conditions are consistent with the findings of Zepeda Bautista and Acosta Mireles (2016), who reported clear relationships between the productivity of Mexican conifers and the biophysical characteristics of the site. These results also agree with those of Gerding et al. (2006), who analyzed how soil, climate, and topographic features influence tree growth in temperate regions. Similarly, Romero et al. (2014) identified the optimal exposures for the development of *Pinus cembroides* Zucc. (south and southwest) and *Pinus johannis* M.-F. Robert-Passini (north and northeast) in San Luis Potosí, Mexico.

The proposed models of TGYS represent a reliable option for estimating growth and projecting yield, particularly when the values of the random parameters are calibrated for each specific condition, as suggested by Meng and

ecuaciones de mortalidad se recomienda establecer una densidad mínima por hectárea a una edad base establecida, ya que, si se aplica sin esta restricción, el escenario llevará a una densidad igual a cero, lo cual no es lógico ni deseable (Fierros-Mateo et al., 2017; Santiago-García et al., 2016); por ejemplo, el establecimiento de un turno de corta de acuerdo con los intereses del inversionista y la demanda de las dimensiones del mercado.

Una de las formas para ampliar la aplicabilidad de los sistemas en futuros ajustes podrían considerar la densidad inicial de la plantación (N_i), tal y como lo proponen Tamarit-Urias et al. (2019) en *Tectona grandis* L. f. en Campeche, México, o establecer una N_i con densidades-espaciamientos de 2 500: 2 × 2 m; 1 667: 2 × 3 m; 1 111: 3 × 3; u 833: 4 × 3 m, semejante a lo utilizado por Parra-Piedra et al. (2017), quienes fijaron el parámetro inicial en 1 100 individuos·ha⁻¹ para *P. patula* en Zacualpan, Veracruz, México.

Las estimaciones de Ad , AB y V , mediante las estructuras del SCRMM seleccionadas por especie, cumplen con la tendencia de crecimiento sigmoide, punto de inflexión a una edad específica y asíntota horizontal máxima, características deseables en las curvas de crecimiento para las variables de interés forestal (Kiviste et al., 2002). Además, las funciones de transición propuestas cumplen con la descripción y proyección de forma lógica de los cambios de las variables dasométricas del SCRMM, partiendo del estado actual de la vegetación (Santiago-García et al., 2013) y tienen compatibilidad analítica entre las funciones utilizadas (Zepeda Bautista & Acosta Mireles, 2016).

Debe considerarse que los turnos técnicos encontrados, al utilizar los parámetros fijos del SCRMM para *P. montezumae* y *P. pseudostrobus*, pueden variar de acuerdo con la calidad de estación, lo que representa un mayor turno a un menor índice de sitio (Fierros-Mateo et al., 2017). Generalmente, los turnos técnicos, al ser modificados mediante tratamientos silvícolas como los aclareos, disminuyen en el tiempo de cruce entre ICA e IMA a una menor densidad o mayor intensidad de corta (González-Benecke et al., 2012; Santiago-García et al., 2016) o bien, pueden ser variables de acuerdo con la tendencia de crecimiento diferenciada que propicia la orientación topográfica en las especies. En edades jóvenes, las labores de podas, chapeos y aclareos contribuyen en el incremento del crecimiento y rendimiento, por lo que el turno por plantación puede variar (Fierros-Mateo et al., 2017).

Las tendencias de Ad , mortalidad, crecimiento y rendimiento en las especies de estudio, y explicadas por la Expos/Sitio, concuerdan también con lo mencionado por Zepeda Bautista y Acosta Mireles (2016), quienes señalan relaciones evidentes entre la productividad de

Huang (2009) and Sirkiä et al. (2015) using different methods. Based on the results of this study, forest management can be adapted according to topographic orientation, since factors such as exposure create microclimatic variations that significantly affect growth and yield (Gerding et al., 2006). Moreover, assessing growth and yield by topographic orientation provides an opportunity to explain reductions in productivity or stand performance due to factors such as elevation, wind, adverse weather events, or the presence of pests, diseases, and forest fires (Cantero Amiano, 2020).

Finally, updating the TGYS is essential for the proper management of forest resources (Santiago-García et al., 2016), and therefore, these systems should be subject to periodic review. Moreover, integrating such models into a growth and yield simulation program can enhance the applicability of variable-specific structures, support the evaluation of diverse management scenarios for improved forest planning (Santiago-García et al., 2013), and assess the effects of silvicultural practices such as thinning (González-Benecke et al., 2012), particularly when considering site index or initial planting density (Tamarit-Urias et al., 2019). Likewise, the development of density management guides for these species would contribute to validating or complementing the results obtained from the proposed TGYS (Uranga Valencia et al., 2018).

Conclusions

The Timber Growth and Yield System (TGYS) proposed for *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus* plantations in Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, Mexico, proved to be statistically valid and consistent with the biological growth trends of the species. Therefore, it can be reliably applied using the fixed parameters estimated for each component of the system. The TGYS allows for the projection of increment, growth, and yield scenarios based on topographic orientation and site conditions, which can support the planning of site-specific forest management strategies for *P. montezumae* and *P. pseudostrobus*. The estimated annual and average growth rates, and technical rotation ages for both *Pinus* species can also guide the planning of cultural practices such as weed control and pruning, as well as silvicultural treatments including thinning and final harvesting in these plantations.

Acknowledgments

The authors thank the Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP) for the support in the training and development of research personnel; the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) for the doctoral scholarship (733.112) awarded to the first author; and the Indigenous Community of Nuevo San

las coníferas mexicanas con las condiciones biofísicas del lugar. Además, concuerdan con lo encontrado por Gerding et al. (2006), quienes analizaron cómo los factores del suelo, clima y las características topográficas del lugar influyen en el crecimiento del arbolado en regiones templadas. Asimismo, Romero et al. (2014) identificaron las exposiciones en las que mejor se desarrollan *Pinus cembroides* Zucc. (sur y suroeste) y *Pinus johannis* M.-F. Robert-Passini (norte y noreste) en San Luis Potosí, México.

Los SCRM propuestos representan una opción confiable para la estimación del crecimiento y proyección del rendimiento al calibrar los valores de los parámetros aleatorios por cada condición, tal como lo plantean Meng y Huang (2009) y Sirkiä et al. (2015) con distintos métodos. Al utilizar los resultados del presente trabajo puede ejecutarse un manejo forestal diferenciado de acuerdo con la orientación topográfica, debido a que factores como la *Expos* ocasionan variaciones microclimáticas influyentes en el crecimiento y rendimiento (Gerding et al., 2006). De igual manera, el crecimiento y rendimiento por orientación topográfica da la oportunidad de explicar la disminución de los incrementos o los problemas en los rodales o plantaciones por efecto de la altitud, vientos, fenómenos meteorológicos adversos o la presencia de plagas, enfermedades e incendios forestales (Cantero Amiano, 2020).

Finalmente, la actualización de los SCRM es esencial para el manejo adecuado de los recursos forestales (Santiago-García et al., 2016), por lo cual, son sujetos de revisión periódica. Además, la inclusión de este tipo de sistemas a un programa de simulación de crecimiento y rendimiento puede ampliar la aplicabilidad de las estructuras por variable, asumir escenarios diversos de manejo para una mejor gestión forestal (Santiago-García et al., 2013) o evaluar el efecto de prácticas silvícolas como los aclareos (González-Benecke et al., 2012), todo ello al tomar en cuenta el *IS* o la densidad inicial de plantación (Tamarit-Urias et al., 2019). De igual manera, la construcción de guías de densidad para estas especies contribuiría a la validación o complementación de los resultados de los SCRM propuestos (Uranga Valencia et al., 2018).

Conclusiones

El sistema explícito de crecimiento y rendimiento maderable (SCRM) propuesto para las plantaciones forestales de *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus* en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México, resultó estadísticamente robusto y acorde con las tendencias biológicas de crecimiento de las especies, por lo que puede utilizarse de forma confiable al usar los parámetros fijos estimados para cada componente del sistema. El SCRM puede proyectar escenarios de incremento, crecimiento y rendimiento por

Juan Parangaricutiro, Michoacán, for the support and facilities provided for this research.

Conflict of interest declaration

The authors declare that they have no economic conflicts of interest or known personal relationships that could have influenced the research presented in this article.

End of English version

References / Referencias

- Brown, J. H. (2007). Growth and site index of white pine in relation to soils and topography in the glaciated areas of Ohio. *Northern Journal of Applied Forestry*, 24(2), 98–103. <https://doi.org/10.1093/njaf/24.2.98>
- Burkhart, H. E., & Tomé, M. (2012). *Modeling forest trees and stands*. Springer, Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-90-481-3170-9_1
- Cantero Amiano, A. (2020). *Dendrometría aplicada al pino marítimo*. Fundación Hazi Fundazioa-SIGCA-Hazi. https://www.sigcamaderadecalidad.info/sites/default/files/dendrometria_pino_maritimo_web.pdf
- Correa Morales, J. C., & Salazar Uribe, J. C. (2016). *Introducción a los modelos mixtos*. Universidad Nacional de Colombia-Facultad de Ciencias. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/59699>
- Fierros-Mateo, R., De Los Santos-Posadas, H. M., Fierros-González, M. A., & Cruz-Cobos, F. (2017). Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Agrociencia*, 51(2), 201–214. <https://www.agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/1287/1287>
- García-Espinoza, G. G., Aguirre Calderón, O. A., Larreta, B., Martínez Angel, L., García Magaña, J., & Hernández Ramos, J. (2019). Compatible taper and volume system for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacan, Mexico. *Agrociencia*, 53(1), 115–131. <https://agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/1755>
- García-Espinoza, G. G., Aguirre-Calderón, O. A., Quiñonez-Barraza, G., Alanís-Rodríguez, E., González-Tagle, M. A., & García-Magaña, J. J. (2018). Parámetros locales-globales y fijos-aleatorios para modelar el crecimiento en altura dominante de *Pinus pseudostrobus* Lindley. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 25(1), 141–156. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2018.06.047>
- Gerding, V., Geldres, E., & Moya, J. A. (2006). Diagnóstico del desarrollo de *Pinus massoniana* y *Pinus brutia* establecidos en el arboreto de la Universidad Austral de Chile, Valdivia. *Bosque (Valdivia)*, 27(1), 57–63. <https://doi.org/10.4067/S0717-92002006000100007>
- González-Benecke, C., Gezan, S., Leduc, D., Martin, T., Cropper, W., & Samuelson, L. (2012). Modeling survival, yield, volume partitioning and their response to thinning for longleaf pine plantations. *Forests*, 3(4), 1104–1132. <https://doi.org/10.3390/f3041104>
- Haire, S. L., Villarreal, M. L., Cortés-Montaña, C., Flesch, A. D.,

orientación topográfica del terreno y sitio, que pueden ser utilizados en la planeación de un manejo forestal diferenciado para *P. montezumae* y *P. pseudostrobus*. Las tasas de incrementos corriente anual y medio anual, así como los turnos técnicos estimados para las dos especies de *Pinus*, pueden utilizarse en la planeación de actividades culturales como el control de malezas y podas o prácticas silvícolas como aclareos y cortas finales en estas plantaciones.

Agradecimientos

Al Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP) por el apoyo para la capacitación y formación de personal investigador; al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca doctoral (733.112) otorgada al primer autor; y a la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, por las facilidades y apoyo recibido en la realización de esta investigación.

Conflicto de intereses

Los autores declaramos que no tenemos conflictos de intereses económicos ni relaciones personales conocidas que pudieran haber influido en la investigación presentada en este artículo.

Fin de la versión en español

- Iniguez, J. M., Romo-Leon, J. R., & Sanderlin, J. S. (2022). Climate refugia for *Pinus* spp. in topographic and bioclimatic environments of the Madrean sky islands of México and the United States. *Plant Ecology*, 223(5), 577–598. <https://doi.org/10.1007/s11258-022-01233-w>
- Hirigoyen, A., Franco, J., & Diéguez, U. (2018). Modelo dinámico de rodal para *Eucalyptus globulus* (L.) en Uruguay. *Agrociencia*, 22(1), 63–80. <https://doi.org/10.31285/AGRO.22.1.7>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). (2017). *Anuario estadístico y geográfico de Michoacán*. INEGI. https://www.inegi.org.mx/contenidos/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/anuarios_2017/702825092092.pdf
- Kiviste, A. J. G., Álvarez González, A., Rojo-Alboreca, A., & Ruiz-González, A. D. (2002). *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimenticia. Ministerio de Ciencia y Tecnología.
- Maplesoft (2015). Maplesoft. Maple 2015.1 [Software]. Waterloo (ON). https://de.maplesoft.com/support/downloads/m2015_1update.aspx
- Mehtätalo, L., & Lappi, J. (2022). *Biometry for forestry and environmental data: With examples in R*. Chapman & Hall/CRC.
- Meng, S. X., & Huang, S. (2009). Improved calibration of nonlinear mixed-effects models demonstrated on a height growth function. *Forest Science*, 55(3), 238–248. <https://doi.org/10.1093/forests/55.3.238>
- Parra-Piedra, J. P., De los Santos-Posadas, H. M., Fierros-González,

- A. M., Valdez-Lazalde, J. R., & Romo-Lozano, J. L. (2017). Proyección explícita e implícita del rendimiento maderable de plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. *Agrociencia*, 51(4), 455–470. <https://agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/1304>
- Pinheiro, J. C. (2022). *Linear and nonlinear mixed effects models. Package 'nlme'* (Versión 3.1-159) [Software]. <https://svn.r-project.org/R-packages/trunk/nlme/>
- Pinheiro, J. C., & Bates, D. M. (2000). *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. Springer.
- Quiñonez Barraza, G., García-Espinoza, G. G., & Aguirre-Calderón, Ó. A. (2018). ¿Cómo corregir la heterocedasticidad y autocorrelación de residuales en modelos de ahumamiento y crecimiento en altura? *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(49). <https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i49.151>
- Romero, A., Luna, M., & García, E. (2014). Factores físicos que influyen en las relaciones florísticas de los piñonares (Pinaceae) de San Luis Potosí, México. *Revista de Biología Tropical*, 62(2), 795. <https://doi.org/10.15517/rbt.v62i2.10506>
- Salas, C., Gregoire, T. G., Craven, D. J., & Gilbert, H. (2016). Modelación del crecimiento de bosques: Estado del arte. *Bosque (Valdivia)*, 37(1), 03–12. <https://doi.org/10.4067/S0717-92002016000100001>
- Santiago-García, W., De Los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J. R., Corral-Rivas, J. J., Rodríguez-Ortiz, G., & Santiago-García, E. (2016). Modelos de crecimiento y rendimiento de totalidad del rodal para *Pinus patula*. *Madera y Bosques*, 21(3), 95–110. <https://doi.org/10.21829/myb.2015.213459>
- Santiago-García, W., De Los Santos-Posadas, H. M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J. R., & Ramírez-Valverde, G. (2013). Sistema compatible de crecimiento y rendimiento para rodales coetáneos de *Pinus patula*. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 36(2), 163–172. <https://doi.org/10.35196/rfm.2013.2.163>
- Sirkiä, S., Heinonen, J., Miina, J., & Eerikäinen, K. (2015). Subject-specific prediction using a nonlinear mixed model: Consequences of different approaches. *Forest Science*, 61(2), 205–212. <https://doi.org/10.5849/forsci.13-142>
- Tamarit-Urias, J. C., De Los Santos-Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., Maldonado, H. R., & Guerra-De La Cruz, V. (2019). Sistema de crecimiento y rendimiento maderable para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. f.) en Campeche, México. *Madera y Bosques*, 25(3), 1–16. <https://doi.org/10.21829/myb.2019.2531908>
- Tamarit-Urias, J. C., De los Santos-Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., Ramírez-Maldonado, H., & Guerra-De la Cruz, V. (2014). Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia*, 48(2), 225–238. <https://www.agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/1077>
- Telles-Antonio, R., Jiménez-Pérez, J., Alanís-Rodríguez, E., Aguirre-Calderón, O. A., & Treviño-Garza, E. J. (2022). Crecimiento y rendimiento de plantaciones forestales: Un análisis del estado actual de las tendencias mundiales. *Agricultura, Sociedad y Desarrollo*, 19(2), 126–140. <https://doi.org/10.22231/asyd.v19i2.987>
- Uranga Valencia, L. P., De Los Santos Posadas, H. M., Valdez Lazalde, J. R., & Quiñonez Barraza, G. (2018). Sistema de crecimiento explícito para plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* schiede ex schltdl. et cham. *Revista Biológico Agropecuaria Tuxpan*, 6(2), 97–106. <https://doi.org/10.47808/revistabioagro.v6i2.172>
- Vogel, S. (2018). *La vida secreta de una hoja*. FCE - Fondo de Cultura Económica.
- Wang, M., Montes, C. R., Bullock, B. P., & Zhao, D. (2020). An empirical examination of dominant height projection accuracy using difference equation models. *Forest Science*, 66(3), 267–274. <https://doi.org/10.1093/forsci/fxz079>
- Zepeda Bautista, E. M., & Acosta Mireles, M. (2016). Incremento y rendimiento maderable de *Pinus montezumae* Lamb., en San Juan Tetla, Puebla. *Madera y Bosques*, 6(1), 15–27. <https://doi.org/10.21829/myb.2000.611339>

Appendix I / Anexo I

Appendix 1.1. Parameters and goodness-of-fit statistics for dominant height (Hd) of the *Pinus* species.Anexo 1.1. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste para la altura dominante (A) de las especies de *Pinus*.

System/ Sistema	Parameter/ Parámetro	Value/ Valor	t-value/ Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Variable	RMSE/ RCME	Bias/ Sesgo
<i>Pinus montezumae</i>										
[3]	β_0^ϕ	2.891***	16.48	5 358.1	5 408.2	-2 670.0	0.882	Hd_1/A_1	2.333	-2.042
	β_1^ϕ	0.094***	11.56					Hd_2/A_2	1.203	0.083
[4]	β_0^ϕ	3.221***	17.54	5 547.4	5 597.6	-2 764.7	0.917	Hd_1/A_1	2.303	-1.999
	β_1^ϕ	0.068***	7.05					Hd_2/A_2	1.233	0.126
[5]	β_0	4.161***	7.77	5 477.9	5 516.9	-2732.0	0.864	Hd_1/A_1	2.305	-1.989
	β_1	0.018***	4.56					Hd_2/A_2	1.285	0.137
	β_2^ϕ	1.592***	21.14							
[6]	β_0^ϕ	1.672***	5.74	6 585.1	6 624.1	-3285.6	0.903	Hd_1/A_1	2.040	-1.235
	β_1	0.048***	17.33					Hd_2/A_2	2.045	0.890
	β_2	1.464***	14.79							
[7]	β_0	36.951***	32.74	5 426.8	5 465.9	-2 706.4	0.784	Hd_1/A_1	2.288	-1.970
	β_1^ϕ	16.224***	21.46					Hd_2/A_2	1.275	0.156
[8]	β_0^ϕ	26.315***	29.23	5 380.8	5 419.8	-2 683.4	0.767	Hd_1/A_1	2.115	-1.243
	β_1	9.925***	35.56					Hd_2/A_2	1.383	0.308
<i>Pinus pseudostrobus</i>										
[3]	β_0^ϕ	2.473***	29.49	9 195.7	9 236.9	-4 590.8	0.897	Hd_1/A_1	2.453	-2.594
	β_1^ϕ	0.107***	32.53					Hd_2/A_2	1.717	0.143
[4]	β_0^ϕ	2.237***	33.08	9 381.0	9 422.2	-4 683.5	0.927	Hd_1/A_1	2.346	-2.344
	β_1^ϕ	0.116***	30.55					Hd_2/A_2	1.799	0.325
[5]	β_0	0.814***	5.70	9 321.2	9 362.4	-4 653.6	0.976	Hd_1/A_1	2.412	-2.463
	β_1	-0.002	-0.36					Hd_2/A_2	1.769	0.239
	β_2^ϕ	0.901	9.45							
[6]	β_0^ϕ	0.414	28.79	9 402.1	9 443.3	-4 694.0	0.949	Hd_1/A_1	2.425	-2.458
	β_1	-0.092*	-2.02					Hd_2/A_2	1.800	0.242
	β_2	0.347**	3.12							
[7]	β_0	44.270	33.56	9 311.7	9 352.9	-4 648.8	0.856	Hd_1/A_1	2.289	-2.236
	β_1^ϕ	15.830	30.29					Hd_2/A_2	1.794	0.554
[8]	β_0^ϕ	59.412***	31.70	9 282.2	9 323.5	-4 634.1	0.857	Hd_1/A_1	2.431	-2.537
	β_1	22.803***	28.46					Hd_2/A_2	1.756	0.185

ϕ : parameter including the random effect. AIC and BIC: Akaike and Bayesian information criteria, respectively. logLik: log-likelihood. Hd_1 and Hd_2 : initial and projected dominant height, respectively. RMSE: root mean square error. R²: coefficient of determination. Significance codes: * $p < 0.05$, ** $p < 0.001$ and *** $p < 0.0001$.

ϕ : parámetro donde se incluye el efecto aleatorio. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano, respectivamente. logLik: logaritmo de verosimilitud. A_1 y A_2 : altura dominante inicial y de proyección, respectivamente. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación. Código de significancia: * $p < 0.05$, ** $p < 0.001$ y *** $p < 0.0001$.

Appendix 1.2. Parameters and goodness-of-fit statistics for density (N) in *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrabus*.**Anexo 1.2. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste para densidad (N) en *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrabus*.**

System/ Sistema	Parameter/ Parámetro	Value/ Valor	t-value/ Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Variable	RMSE/ RCME	Bias/ Sesgo
<i>Pinus montezumae</i>										
[5.9]	τ_0	33.714***	373.66	539.7	574.8	-263.8	0.690	N_1	1.053	0.959
	τ_1^ϕ	0.032***	11.33					N_2	0.436	-0.041
[10]	τ_0	39.961***	0.24	588.8	547.9	-301.4	0.686	N_1	0.969	0.932
	τ_1^ϕ	0.154***	0.01					N_2	0.271	-0.068
	τ_2	0.550***	0.01							
<i>Pinus pseudostrabus</i>										
[5.9]	τ_0	31.593***	252.20	1 482	1 453.5	746.0	0.632	N_1	1.039	1.011
	τ_1^ϕ	0.034***	31.49					N_2	0.238	0.011
[10]	τ_0	36.000***	134.39	2 254	2 219.6	1 132.9	0.608	N_1	0.979	0.96
	τ_1^ϕ	0.114***	24.83					N_2	0.198	-0.04
	τ_2	0.774***	97.11							

ϕ : parameter including the random effect. AIC and BIC: Akaike and Bayesian information criteria, respectively. logLik: log-likelihood. N_1 and N_2 : total initial and projected site density, respectively. RMSE: root mean square error. R²: coefficient of determination. Significance code: *** $p < 0.0001$.

ϕ : parámetro donde se incluye el efecto aleatorio. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano, respectivamente. logLik: logaritmo de verosimilitud. N_1 y N_2 : densidad por sitio total inicial y de proyección, respectivamente. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación. Código de significancia: *** $p < 0.0001$.

Appendix 1.3. Parameters and goodness-of-fit statistics for basal area (BA) in *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrabus*.**Anexo 1.3. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste en área basal (AB) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrabus*.**

System/ Sistema	Parameter/ Parámetro	Value/ Valor	t-value/ Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Variable	RMSE/ RCME	Bias/ Sesgo
<i>Pinus montezumae</i>										
[11]	γ_0	20.937***	58.08	16 165	16 130	8 088	0.721	BA_1/AB_1	0.0116	-0.0041
	γ_1^ϕ	-0.726***	-31.35					BA_2/AB_2	0.0120	0.0014
[14]	γ_0	-5.740***	-65.81	16 256	16 215	8 135	0.858	BA_1/AB_1	0.0119	-0.0053
	γ_1^ϕ	0.779***	15.74					BA_2/AB_2	0.0116	0.0002
	γ_2	4.485***	5.08							
[15]	γ_0	-7.722***	-47.41	15 670	15 623	7 843	0.787	BA_1/AB_1	0.0142	-0.0062
	γ_1^ϕ	1.620***	24.51					BA_2/AB_2	0.0134	-0.0007
	γ_2	3.456***	88.60							
	γ_3	-0.018***	-12.17							
<i>Pinus pseudostrabus</i>										
[11]	γ_0	28.825***	29.58	10 703	10 663	5 358	0.798	BA_1/AB_1	0.023	-0.007
	γ_1^ϕ	-0.337***	-18.99					BA_2/AB_2	0.023	0.001
[12]	γ_0	-2.505***	-6.74	10 751	10 705	5 383	0.770	BA_1/AB_1	0.023	-0.008
	γ_1	0.292**	2.80					BA_2/AB_2	0.023	0.001
	γ_2^ϕ	10.921**	2.79							
	γ_3	-0.488***	-3.43							
[14]	γ_0	-5.861***	-27.66	10 680	10 640	5 347	0.888	BA_1/AB_1	0.024	-0.009
	γ_1	1.063***	13.91					BA_2/AB_2	0.024	0.000
	γ_2^ϕ	4.614*	2.15							

Appendix 1.3. Parameters and goodness-of-fit statistics for basal area (BA) in *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus*. (cont.)

Anexo 1.3. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste en área basal (AB) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*. (cont.)

System/ Sistema	Parameter/ Parámetro	Value/ Valor	t-value/ Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Variable	RMSE/ RCME	Bias/ Sesgo
[15]	γ_0	-6.320***	-45.32	9 709	9 663	4 862	0.846	BA ₁	0.035	-0.011
	γ_1	1.216***	26.88					BA ₂	0.034	-0.002
	γ_2	3.726***	65.21							
	γ_3^ϕ	-0.042***	-8.64							
[16]	γ_0	-5.499***	-6.24	10 709	10 657	5 363	0.788	BA ₁	0.024	-0.009
	γ_1	1.177***	4.23					BA ₂	0.024	0.000
	γ_2	15.584*	2.12							
	γ_3^ϕ	-0.784***	-4.25							
	γ_4	-0.792**	-2.69							

ϕ : parameter including the random effect. SD: standard error. AIC and BIC: Akaike and Bayesian information criteria. logLik: log-likelihood. BA₁ and BA₂: initial and projected basal area. RMSE: root mean square error. R²: coefficient of determination. Significance codes: * $p < 0.05$, ** $p < 0.001$ and *** $p < 0.0001$.

ϕ : parámetro donde se incluye el efecto aleatorio. Ee: error estándar. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano. logLik: logaritmo de verosimilitud. AB₁ y AB₂: área basal inicial y de proyección. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación. Código de significancia: * <0.05, ** <0.001 y *** <0.0001.

Appendix 1.4. Parameters and goodness-of-fit statistics for volume (V) in *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus*.

Anexo 1.4. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste en volumen (V) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*.

System/ Sistema	Parameter/ Parámetro	Value/ Valor ($p < 0.0001$)	t-value/ Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Variable	RMSE/ RCME	Bias/ Sesgo
<i>Pinus montezumae</i>										
[17]	ω_0	-6.246	-46.36	9 360.6	9 319.7	5 187.3	0.874	V ₁	0.104	-0.063
	ω_1	0.0004	-60.88					V ₂	0.094	0.006
	ω_2^ϕ	0.928	18.00							
[18]	ω_0	1.953	8.24	11 989.5	11 936.9	6 003.8	0.947	V ₁	0.077	-0.059
	ω_1	1.097	141.18					V ₂	0.036	0.010
	ω_2^ϕ	0.658	16.40							
	ω_3	0.037	3.52							
[19]	ω_0	1.533	7.03	12 008.2	11 955.6	6 013.1	0.960	V ₁	0.079	-0.061
	ω_1^ϕ	1.093	135.44					V ₂	0.036	0.008
	ω_2	0.729	16.80							
	ω_3	-1.572	-3.32							
[20]	ω_0	4.361	7.27	11 883.8	11 825.3	5951.9	0.860	V ₁	0.061	-0.046
	ω_1^ϕ	1.190	62.77					V ₂	0.045	0.024
	ω_2	-0.035	-12.50							
	ω_3	-35.243	-3.77							
	ω_4	0.819	12.70							
[21]	ω_0	1.951	11.15	11 995.0	11 948.3	6 005.5	0.951	V ₁	0.079	-0.062
	ω_1^ϕ	1.088	130.06					V ₂	0.036	0.007
	ω_2	0.674	21.81							
<i>Pinus pseudostrobus</i>										
[17]	ω_0	-5.334	-40.08	4 778.9	4 733.2	2 397.5	0.956	V ₁	0.198	-0.142
	ω_1	-0.002	-82.86					V ₂	0.147	0.091
	ω_2^ϕ	0.833	19.47							

Appendix 1.4. Parameters and goodness-of-fit statistics for volume (V) in *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus*. (cont.)

Anexo 1.4. Parámetros y estadísticos de calidad de ajuste en volumen (V) para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*. (cont.)

System/ Sistema	Parameter/ Parámetro	Value/ Valor ($p < 0.0001$)	t-value/ Valor t	AIC	BIC	logLik	R ²	Variable	RMSE/ RCME	Bias/ Sesgo
[18]	ω_0	0.860	8.87	5427.0	5375.5	2722.5	0.987	V_1	0.173	-0.136
	ω_1	0.943	120.78					V_2	0.090	0.008
	ω_2^ϕ	0.767	23.27							
	ω_3	-0.091	-4.59							
[19]	ω_0	1.146	6.57	5 426.5	5 375.0	2 722.2	0.986	V_1	0.173	-0.137
	ω_1^ϕ	0.943	121.31					V_2	0.089	0.008
	ω_2	0.714	17.99							
	ω_3	3.750	4.90							
[20]	ω_0	4.298	7.97	5 257.2	5 200.0	2 638.6	0.894	V_1	0.123	-0.085
	ω_1^ϕ	1.107	49.43					V_2	0.113	0.060
	ω_2	-0.030	-13.31							
	ω_3	-39.016	-6.61							
[21]	ω_0	0.624	10.54	5 416.9	5 371.1	2 716.4	0.985	V_1	0.173	-0.136
	ω_1^ϕ	0.949	123.62					V_2	0.090	0.009
	ω_2	0.859	30.23					V_1		

ϕ : parameter including the random effect. SD: standard error. AIC and BIC: Akaike and Bayesian information criteria. logLik: log-likelihood. V_1 and V_2 : initial and projected volume. RMSE: root mean square error. R²: coefficient of determination.

ϕ : parámetro donde se incluye el efecto aleatorio. Ee: error estándar. AIC y BIC: criterios de información Akaike y Bayesiano. logLik: logaritmo de verosimilitud. V_1 y V_2 : volumen inicial y de proyección. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación.

Appendix 1.5. Goodness-of-fit statistics for the compatible systems for *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus*.

Anexo 1.5. Estadísticos de ajuste en los sistemas compatibles para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*.

Variable/ System/ Variable/ Sistema	Random effects/ Efectos aleatorios	Correlation structure/ Estructura de correlación	Variance function/ Función de varianza	Variance-covariance matrix/ Matriz de varianza-covarianza			
<i>Pinus montezumae</i>							
Hd/[7]/ A/[7]	β_1	ARMA(1,1)	Power	Parameter/ Parámetro	β_0	β_0	
	SD/DE	φ_1	0.122	β_0	1.272E+00	5.392E-01	
	Residual	θ_1	0.879	β_1	5.392E-01	5.712E-01	
N/[9]	τ_1	ARMA(0,1)	Power	Parameter/ Parámetro	τ_0	τ_0	
	SD/DE		0.673	τ_0	8.134E-03	1.720E-05	
	Residual	θ_1	0.792	τ_1	1.720E-05	7.942E-06	
BA/[15]/ AB/[15]	γ_1	ARMA(0,1)	Power	Parameter/ Parámetro	γ_0	γ_0	γ_0
	SD/DE		0.696	γ_0	2.648E-02	-1.042E-02	-9.258E-04
	Residual	θ_1	0.164	γ_1	-1.042E-02	4.364E-03	3.624E-04
				γ_2	-9.258E-04	3.624E-04	1.520E-03
				γ_3	-4.569E-05	1.804E-05	-5.312E-05
							2.355E-06
V/[17]	ω_2	ARMA(0,1)	Power	Parameter/ Parámetro	ω_0	ω_0	ω_0
	SD/DE		0.461	ω_0	1.813E-02	-1.447E-07	-6.705E-03
	Residual	θ_1	-0.036	ω_1	-1.447E-07	4.055E-11	4.571E-08
				ω_2	-6.705E-03	4.571E-08	2.657E-03

Appendix 1.5. Goodness-of-fit statistics for the compatible systems for *Pinus montezumae* and *Pinus pseudostrobus*. (cont.)Anexo 1.5. Estadísticos de ajuste en los sistemas compatibles para *Pinus montezumae* y *Pinus pseudostrobus*. (cont.)

Variable/ System/ Variable/ Sistema	Random effects/ Efectos aleatorios	Correlation structure/ Estructura de correlación	Variance function/ Función de varianza	Variance-covariance matrix/ Matriz de varianza-covarianza						
<i>Pinus pseudostrobus</i>										
Hd/[8]/ A/[8]	β_1	ARMA(1,1)		Power	Parameter/ Parámetro	β_0	β_0			
	SD/DE	3.766	φ_1	0.047	0.400	β_0	1.27E+00	5.39E-01		
	Residual	0.529	θ_1	0.957		β_1	5.39E-01	5.71E-01		
N/[9]	τ_1	ARMA(0,1)		Power	Parameter/ Parámetro	τ_0	τ_0			
	SD/DE	0.016			0.590	τ_0	1.568E-02	2.324E-05		
	Residual	0.187	θ_1	0.840		τ_1	2.324E-05	2.572E-06		
BA/[15]/ AB/[15]	γ_3	ARMA(0,1)		Power	Parameter/ Parámetro	γ_0	γ_0	γ_0	γ_0	
	SD/DE	0.010			1.008	γ_0	1.941E-02	-6.275E-03	-4.549E-04	-1.081E-05
	Residual	0.361	θ_1	0.310		γ_1	-6.275E-03	2.046E-03	1.438E-04	3.525E-06
						γ_2	-4.549E-04	1.438E-04	3.260E-03	-2.635E-04
						γ_3	-1.081E-05	3.525E-06	-2.635E-04	2.398E-05
V/[17]	ω_2	ARMA(0,1)		Power	Parameter/ Parámetro	ω_0	ω_0	ω_0		
	SD/DE	0.044	φ_1	0.082	0.348	ω_0	1.769E-02	-4.700E-07	-5.648E-03	
	Residual	0.146	θ_1	0.046		ω_1	-4.700E-07	3.939E-10	1.160E-07	
						ω_2	-5.648E-03	1.160E-07	1.831E-03	

SD: standard deviation. ARMA(p,q): autoregressive moving average model, where p and q are the autoregressive and moving average orders, respectively. and : parameters resulting from the ARMA model.

DE: desviación estándar. ARMA(p,q): modelo de media móvil autorregresiva, donde p,q son el orden autorregresivo y de la media móvil asignado, respectivamente. y : parámetros resultantes del modelo ARMA.