



Compatible volume system for *Juniperus coahuilensis* (Martínez) Gaussen ex R. P. Adams in the northwest of Mexico

Sistema volumétrico compatible para *Juniperus coahuilensis* (Martínez) Gaussen ex R. P. Adams en el noroeste de México

Benedicto Vargas-Larreta*; Gabriel Graciano-Ávila;
Carlos E. Aguirre-Calderón; Jesús A. Soto-Cervantes

Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de El Salto. Tecnológico 101,
col. La Forestal. C. P. 34942. El Salto, Pueblo Nuevo, Durango, México.

*Corresponding author: bvargas@itelsalto.edu.mx; tel.: +52 675 105 6568.

Abstract

Introduction. Taper equations are useful tools in forest management, and their application can be extended to species in arid or semi-arid ecosystems.

Objective. To develop a compatible system of equations for estimating the volume of individual trees of *Juniperus coahuilensis* (Martínez) Gaussen ex R. P. Adams in the semi-desert region of Durango.

Materials and methods. A total of 153 trees were destructively sampled. Iterated seemingly unrelated regression (ITSUR) was used to simultaneously fit the system, ensuring minimum error and compatibility among the equations. Heteroscedasticity and autocorrelation in the hierarchical data was corrected using weighted regression and a continuous second-order autoregressive model, respectively.

Results. The system of equations is the first developed for *J. coahuilensis* in Mexico and includes a taper function, a merchantable volume equation, and equations for stem volume, coarse branch volume, and total volume. The equations explained 98 % of the observed variability in merchantable volume, 86 % in stem volume, and more than 45 % of the variability in branch volume.

Conclusions. The use of the compatible system of equations developed will be useful for the management of *J. coahuilensis* in arid and semi-arid ecosystems and will reduce errors in total tree volume estimates.

Keywords: taper function, autoregressive model, redberry juniper, tree volume, arid zones.

Resumen

Introducción. Las ecuaciones de ahusamiento son herramientas útiles en el manejo forestal y su uso puede expandirse a especies de ecosistemas áridos o semiáridos.

Objetivo. Desarrollar un sistema de ecuaciones compatibles para estimar el volumen de árboles individuales de *Juniperus coahuilensis* (Martínez) Gaussen ex R. P. Adams en el semidesierto de Durango.

Materiales y métodos. Se utilizaron 153 árboles muestreados destructivamente. Se utilizó regresión iterativa aparentemente no relacionada para ajustar simultáneamente el sistema, lo cual garantiza errores mínimos y compatibilidad entre ecuaciones. La heterocedasticidad y autocorrelación de los datos jerárquicos se corrigieron mediante regresión ponderada y un modelo autorregresivo continuo de segundo orden, respectivamente.

Resultados. El sistema de ecuaciones es el primero desarrollado para *J. coahuilensis* en México y comprende una función de ahusamiento, una ecuación de volumen comercial y ecuaciones de volumen del fuste, ramas gruesas y volumen total. Las ecuaciones explicaron 98 % de la variabilidad observada en el volumen comercial, 86 % en el volumen fustal y más del 45 % de la variabilidad en el volumen de las ramas.

Conclusiones. El uso del sistema de ecuaciones compatibles desarrollado será útil para el manejo de *J. coahuilensis* en ecosistemas áridos y semiáridos y reducirá los errores en las estimaciones del volumen total de los árboles.

Palabras clave: función de ahusamiento, modelo autorregresivo; táscate; volumen de árbol, zonas áridas.

Please cite this article as follows (APA 7): Vargas-Larreta, B., Graciano-Ávila, G., Aguirre-Calderón, C. E., & Soto-Cervantes, J. A. (2025). Compatible volume system for *Juniperus coahuilensis* (Martínez) Gaussen ex R. P. Adams in the northwest of Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 31, e24030. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2024.08.030>



Introduction

Juniperus L. is one of the nine genera of Mexican conifers, among which *Juniperus coahuilensis* (Martínez) Gaussen ex R. P. Adams, commonly known in Mexico as *táscate*, is one of the most important species in the arid regions of northern Mexico. In addition to this region, the species is also distributed in parts of the southwestern United States, including central and southeastern Arizona, southwestern New Mexico, and western Texas (Farjon & Filer, 2013). In Durango, *J. coahuilensis* is found near the lower distribution limit of the pinyon pine (*Pinus cembroides* Zucc.) forest and appears as an ecotone with grasslands and, in some cases, with montane chaparral (Encina-Domínguez et al., 2019).

Juniperus coahuilensis wood varies in color from yellow to reddish-brown and tends to darken with age. It is considered moderately heavy, with a basic density of approximately 0.46 g·cm⁻³, and shows good dimensional stability (Rendón et al., 2021). Although the wood is well-suited for pencil manufacturing, its limited availability means it is primarily used locally for constructing rural homes, crafting handmade furniture, and producing charcoal (Niembro et al., 2010). In the semi-desert region of Durango, *táscate* is also used for poles and firewood, and has been reported as an ecological niche and food source for some wildlife species. Due to its ecological, economic, and social importance in Durango's semi-arid zones, *J. coahuilensis* is classified as a species of Least Concern on the IUCN Red List (Rodríguez-Trejo & Vázquez-Soto, 2021).

While volume equation systems have been developed for a variety of temperate forest species (Vargas-Larreta et al., 2017) and tropical species (López-Martínez et al., 2020)—including *Juniperus deppeana* Steud (Vargas et al., 2012)—there is still a lack of volumetric modeling information for timber species in Mexico's arid and semi-arid regions (Rodríguez-Carrillo et al., 2015; Silva-García et al., 2018). Specifically, no studies have been conducted to estimate the volume of *J. coahuilensis* in the state of Durango. The only available reference comes from the Regional Forest Management Unit 1013 (FMU 1013), which reports an authorized annual harvest volume of 25 000 m³·yr⁻¹ (5 864 ha) until 2030, even higher than the authorized volume for *Pinus cembroides* in the same region (1 387 ha, 13 527 m³·yr⁻¹) (Prestadores de Servicios Profesionales, Agroforestales y Empresariales de Durango [PSPAED], 2009). However, that report does not detail the methodology or equations used to derive these volume estimates.

The volume of interest may include the entire stem or only a portion between the stump and a specific point along the stem. Equations that estimate volume up to a specific diameter or height along the stem are known

Introducción

Juniperus L. es uno de los nueve géneros de coníferas mexicanas, dentro de los cuales *Juniperus coahuilensis* (Martínez) Gaussen ex R. P. Adams (*táscate*) es una de las especies más importantes en las zonas áridas del norte de México. Además de esta zona, la especie se distribuye también en áreas del suroeste de Estados Unidos en el centro y sureste de Arizona, el suroeste de Nuevo México y el oeste de Texas (Farjon & Filer, 2013). En Durango, *J. coahuilensis* se distribuye aledaña al límite inferior de distribución del bosque de pino piñonero (*Pinus cembroides* Zucc.) y se presenta como ecotono con el zacatal y en ocasiones con el chaparral montano (Encina-Domínguez et al., 2019).

La madera de *J. coahuilensis* es de color amarillo a marrón rojizo, pero con la edad se oscurece; es clasificada como moderadamente pesada (densidad básica alrededor de 0.46 g·cm⁻³) y dimensionalmente estable (Rendón et al., 2021). La madera es de buena calidad para la producción de lápices, aunque debido a su relativa escasez solo se usa localmente para construir viviendas rurales, muebles artesanales y carbón vegetal (Niembro et al., 2010). En el semidesierto duranguense, el *táscate* se utiliza para la elaboración de postes o como leña y ha sido reportado como nicho ecológico y fuente de alimento para algunas especies de vida silvestre. *Juniperus coahuilensis* tiene relevancia económica, social y ecológica en la región semiárida del estado de Durango y está catalogada como especie de menor preocupación en la Lista Roja de la UICN (Rodríguez-Trejo & Vázquez-Soto, 2021).

Aunque se han desarrollado sistemas de ecuaciones de volumen para numerosas especies de bosques templados (Vargas-Larreta et al., 2017) y tropicales (López-Martínez et al., 2020), incluyendo *Juniperus deppeana* Steud. (Vargas et al., 2012), la información sobre sistemas volumétricos para especies maderables en zonas áridas y semiáridas de México sigue siendo limitada (Rodríguez-Carrillo et al., 2015; Silva-García et al., 2018). En este contexto, no existen estudios específicos para estimar el volumen de *J. coahuilensis* en el estado de Durango. El único antecedente es el estudio de la Unidad de Manejo Forestal Regional 1013 (UMAFOR 1013), que reporta un volumen de cosecha autorizado de *táscate* de 25 000 m³·año⁻¹ (5 864 ha) hasta 2030, incluso superior al volumen aprovechable de *P. cembroides* (1 387 ha, 13 527 m³·año⁻¹) en la misma región (Prestadores de Servicios Profesionales, Agroforestales y Empresariales de Durango [PSPAED], 2009). Sin embargo, dicho estudio no especifica la metodología ni las ecuaciones utilizadas para la estimación de estos volúmenes.

El volumen de interés puede incluir todo el fuste o solamente una porción entre el tocón y un punto específico a lo largo de este. Las ecuaciones que estiman el volumen hasta un diámetro o altura determinados

as merchantable volume equations. Traditionally, these have been developed using two main approaches: (i) taper functions and (ii) ratio equations, the latter estimating merchantable volume as a proportion of the tree's total volume (Flores et al., 2021). Although ratio equations are relatively simple to develop and apply, taper functions are currently preferred.

Most studies involving taper functions have focused on temperate forest species, with a limited number addressing tropical species (Cruz-Cobos et al., 2023; Hernández et al., 2023; Li et al., 2024; López-Martínez et al., 2020; Lumbres et al., 2016). However, no specific equations have yet been published for native forest species in the semi-desert region of Durango. Therefore, the objective of this study was to develop the first compatible taper-volume system to describe stem profile and provide accurate estimates of stem, branch, and total tree volume for *J. coahuilensis* in the state of Durango.

Materials and Methods

Study area

The study was conducted in the municipalities of Hidalgo, El Oro, Indé, and Mapimí, which are part of the Regional Forest Management Unit (FMU) 1013, known as “Semidesierto Duranguense”, in the state of Durango (Figure 1). This FMU covers a total area of 4736722 ha,

en el fuste se denominan ecuaciones de volumen comercial y, tradicionalmente, se han desarrollado mediante dos enfoques: i) funciones de ahusamiento y ii) ecuaciones de razón, las cuales predicen el volumen comercial como un porcentaje del volumen total del árbol (Flores et al., 2021); aunque las ecuaciones de razón son de fácil desarrollo y aplicación, en la actualidad se prefieren las funciones de ahusamiento.

La mayoría de los estudios sobre funciones de ahusamiento se han enfocado en especies de bosques templados, con algunos trabajos para especies tropicales (Cruz-Cobos et al., 2023; Hernández et al., 2023; Li et al., 2024; López-Martínez et al., 2020; Lumbres et al., 2016); sin embargo, aún no se han publicado ecuaciones específicas para especies forestales del semidesierto duranguense. Por ello, el presente estudio tuvo como objetivo desarrollar el primer sistema compatible ahusamiento-volumen para describir el perfil del fuste y proporcionar estimaciones precisas del volumen del fuste, ramas y árbol total de *J. coahuilensis* en el estado de Durango.

Materiales y métodos

Área de estudio

El estudio se realizó en los municipios de Hidalgo, El Oro, Indé y Mapimí, pertenecientes a la Unidad de Manejo Forestal Regional (UMAFOR) 1013 “Semidesierto duranguense” del estado de

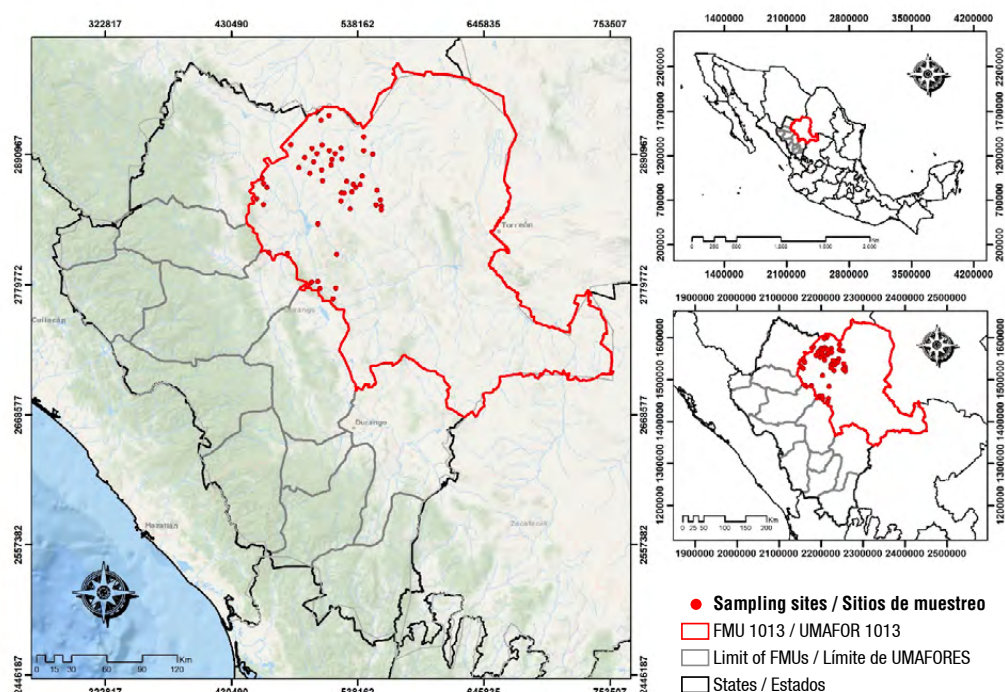


Figure 1. Location of the study area at the Regional Forest Management Unit (FMU) 1013 “Semidesierto Duranguense” in the state of Durango.

Figura 1. Localización del área de estudio en la Unidad de Manejo Forestal Regional (UMAFOR) 1013 “Semidesierto duranguense” del estado de Durango.

of which 2 753 704 ha (58.14 %) have forest cover. The forested area is primarily composed of 2 486 288 ha of arid zone vegetation (90.29 %), 147 843 ha of hydrophilic and halophilic vegetation (5.37 %), and 119 573 ha of forest (4.34 %) (PSPAED, 2009).

According to the Köppen climate classification system, as modified by García (1981), the region falls under the dry climate group (B), with subgroups S (semi-arid) and W (arid). Temperatures range from -3 °C to 28 °C, and average annual precipitation varies between 350 and 400 mm. The main commercially utilized timber species in the area include *P. cembroides* (pinyon pine) and *Prosopis laevigata* (Humb. et Bonpl. ex Willd) M. C. Johnst. (mesquite), both primarily used for charcoal production. *Juniperus coahuilensis* also plays a significant role in the region, covering approximately 20 000 ha of pure stands (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales [SEMARNAT], 2013).

Database

Data were collected from 153 *J. coahuilensis* trees, selected subjectively to ensure a representative distribution per diameter and height classes. The following variables were measured: diameter at breast height with bark (DBH, cm), total height (*Ht*, m), crown ratio (*cr*, m; defined as the ratio of crown length to total height), diameter with bark (d_b , cm) at each section based on its height above the ground (h_i , cm), and diameter with bark of all branches with a basal diameter greater than 5 cm. Two sections were obtained: one at 0.30 m above the stump, and the next corresponding to the diameter at breast height (1.30 m). Additional sections were taken at 1 m intervals (or another commercial measurement) up to the tree top. Table 1 presents a summary of the number of observations, along with the mean, minimum, maximum, and standard deviation values for the measured variables.

The trees were measured in sections using Smalian's formula (Avery & Burkhart, 2002), with the tree top modeled as a cone. The total stem volume with bark was obtained by summing the volumes of the individual sections and the top. The volume of the branches was calculated using the same method, while the total tree volume was determined by adding the total volume of the stem and branches. Merchantable volume (v_i , m³) was also calculated at a specific point where the diameter was equal to the merchantability threshold (d_i), along with the relative diameter (d_i/DBH) and relative height (h_i/Ht) of the stem. To detect potential outliers, a local quadratic non-parametric fit (Figure 2) was performed using local regression (LOESS) (Bi, 2000) with the SAS/ETS® statistical package (SAS Institute, 2021).

Durango (Figura 1). Esta UMAFOR cubre 4 736 722 ha, de las cuales 2 753 704 ha tienen cobertura forestal (58.14 %) conformada por 2 486 288 ha de vegetación de zonas áridas (90.29 %), 147 843 ha de vegetación hidrófila y halófila (5.37 %) y 119 573 ha de bosques (4.34 %) (PSPAED, 2009).

De acuerdo con la clasificación climática de Köppen modificada por García (1981), el clima pertenece al grupo de climas secos (B), con subgrupos S (semiárido) y W (árido) y temperaturas que oscilan entre -3 °C a 28 °C; la precipitación media anual varía de 350 a 400 mm. Las principales especies maderables aprovechadas son *P. cembroides* (pino piñonero), *Prosopis laevigata* (Humb. et Bonpl. ex Willd) M. C. Johnst. (mezquite), que se utilizan para producir carbón vegetal, y *J. coahuilensis* que cubre aproximadamente 20 000 ha de bosques puros (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales [SEMARNAT], 2013).

Base de datos

Se recolectaron datos de 153 árboles de *J. coahuilensis*, seleccionados subjetivamente para asegurar una distribución representativa por clases de diámetro y altura. Se midieron las siguientes variables: diámetro normal con corteza (D_n , cm), altura total (*Ht*, m), razón de copa (*cr*, m; definida como la relación entre la longitud de la copa y la altura total), diámetro con corteza (d_b , cm) para cada sección a la altura que se encontraba con respecto al suelo (h_i , cm), y diámetro con corteza de todas las ramas cuyo diámetro en la base fuera mayor de 5 cm. Se obtuvieron dos secciones de 0.30 m por arriba del tocón, la siguiente sección correspondió con el diámetro normal (1.30 m) y se continuó con secciones de 1 m de longitud (u otra medida comercial) hasta llegar a la punta del árbol. El Cuadro 1 presenta un resumen del número de observaciones, los valores medio, mínimo, máximo y la desviación estándar de las variables utilizadas.

Los árboles se cubicaron por secciones usando la fórmula de Smalian (Avery & Burkhart, 2002) y la punta se cubicó como un cono. El volumen total con corteza del fuste se obtuvo sumando los volúmenes de las secciones y la punta. El volumen de las ramas se calculó siguiendo el mismo procedimiento, mientras que el volumen total del árbol se determinó sumando el volumen total del fuste y de las ramas. Se calcularon también el volumen comercial (v_i , m³) a un determinado diámetro en punta delgada (d_i), el diámetro relativo (d_i/D_n) y la altura relativa (h_i/Ht) del fuste. Para detectar posibles datos atípicos se realizó un ajuste local cuadrático no paramétrico (Figura 2) usando regresión local LOESS (Bi, 2000) con el paquete estadístico SAS/ETS® (SAS Institute, 2021).

Table 1. Descriptive statistics of the dataset (n = 153) for *Juniperus coahuilensis*.**Cuadro 1. Estadísticas descriptivas del conjunto de datos (n = 153) de *Juniperus coahuilensis*.**

Variable/ Variable	No. observations/ Núm. observaciones	Minimum/ Mínimo	Maximum/ Máximo	Mean ± SD/ Media ± DE
Logs/ Trozas	1073	5.000	11.000	8.100 ± 1.160
Stem volume (m ³)/ Volumen del fuste (m ³)	153	0.003	0.184	0.022 ± 0.023
Branch volume (m ³)/ Volumen de ramas (m ³)	942	0.001	0.091	0.014 ± 0.015
Total volume (m ³)/ Volumen total (m ³)	153	0.008	0.275	0.039 ± 0.034
Diameter at breast height (cm)/ Diámetro normal (cm)	153	4.000	31.500	8.500 ± 4.212
Total height (m)/ Altura total (m)	153	2.910	7.140	4.210 ± 0.632
Crown ratio/ Razón de copa	153	0.481	0.998	0.753 ± 0.122
Stump height (m)/ Altura del tocón (m)	153	0.050	0.400	0.086 ± 0.640

Total tree volume = stem volume + volume of thick branches. SD: standard deviation.

volumen total árbol = volumen del fuste + volumen de ramas gruesas. DE: desviación estándar.

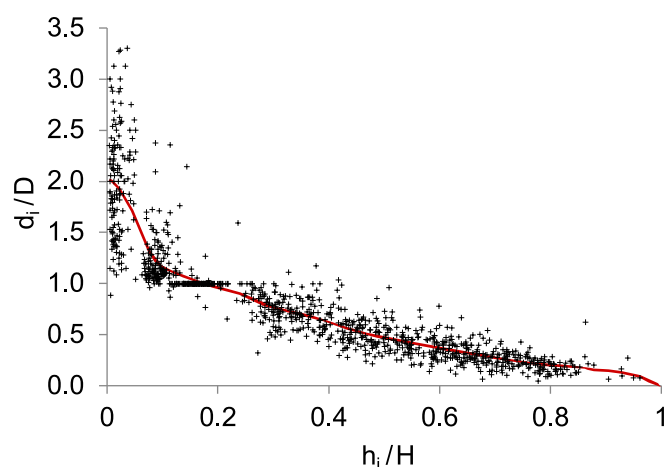


Figure 2. Relative height (h_i/H) vs. relative diameter (d_i/DBH) of *Juniperus coahuilensis* using the local non-parametric regression curve (smoothing factor = 0.25).

Figura 2. Altura relativa (h_i/H) vs. diámetro relativo (d_i/D) de *Juniperus coahuilensis* mediante la curva de regresión local no paramétrica (factor de suavizado = 0.25).

Fitted equation system

The function proposed by Fang et al. (2000), part of a group of segmented models, was fitted to describe the three possible stem shapes of a tree: neiloid, paraboloid, and cone (Husch et al., 1982). This function has demonstrated good performance in describing the stem profile of various forest species (Cruz-Cobos et al., 2023; Guzmán-Santiago et al., 2022; López-Martínez et al., 2020):

Sistema de ecuaciones ajustado

Se ajustó la función de Fang et al. (2000) perteneciente al grupo de modelos segmentados que describen las tres formas posibles del fuste o tronco de un árbol: neiloide, paraboloide y cono (Husch et al., 1982). Esta función ha demostrado un buen desempeño en la descripción del perfil del fuste de varias especies forestales (Cruz-Cobos et al., 2023; Guzmán-Santiago et al., 2022; López-Martínez et al., 2020):

$$d_i = c_1 \sqrt{h^{(k-b_1)/b_1} (1-q)^{(k-\beta)/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}}$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{a_0 DBH^{a_1} Ht^{a_2-k/b_1}}{b_1(r_0-r_1)+b_2(r_1-\alpha_1 r_2)+b_3 \alpha_1 r_2}};$$

$$\beta = b_1^{1-(I_1+I_2)} b_2^{I_1} b_3^{I_2}; \quad \alpha_1 = (1-p_1)^{\frac{(b_2-b_1)k}{b_1 b_2}}; \quad \alpha_2 = (1-p_2)^{\frac{(b_3-b_2)k}{b_2 b_3}};$$

$$r_0 = (1-h_{st}/Ht)^{k/b_1}; \quad r_1 = (1-p_1)^{k/b_1}; \quad r_2 = (1-p_2)^{k/b_2}$$

$I_1 = 1$ if $p_1 \leq q \leq p_2$; 0 otherwise

$I_2 = 1$ if $p_2 \leq q \leq 1$; 0 otherwise

where: $p_1 = h_1/Ht$ and $p_2 = h_2/Ht$ are the relative heights at which the two inflection points assumed by the model occur; $q = h/Ht$, $k = \pi/40000$, h_{st} is the stump height (m) and a_0 , a_2 , b_1 , b_3 , p_1 and p_2 are parameters to be estimated.

The model developed by Fang et al. (2000) also includes equations for merchantable volume (v_j) and total stem volume (v_j) derived through direct integration of the stem profile function. These expressions are as follows:

$$v_i = c_1^2 \cdot h^{k/b_1} \cdot (b_1 r_0 + (I_1+I_2)(b_2-b_1)r_1 + I_2(b_3-b_2)\alpha_1 r_2 - \beta(1-q)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2})$$

$$v_f = a_0 \cdot DBH^{a_1} \cdot Ht^{a_2}$$

As a first step, linear and nonlinear models were fitted to estimate branch volume (v_b), using DBH , Ht and cr as independent variables. The best results were obtained using DBH and cr ; therefore, two new equations were included, where r_i are parameters to be estimated:

$$v_r = r_0 \cdot DBH^{r_1} \cdot cr^{r_2}$$

$$v_t = v_f + v_r = a_0 \cdot DBH^{a_1} \cdot Ht^{a_2} + r_0 \cdot DBH^{r_1} \cdot cr^{r_2}$$

Fitting procedure

The fitting of compatible equation systems requires meeting certain statistical assumptions, such as ensuring compatibility and additivity. Additivity means that the sum of the estimated volumes for the stem and branches must equal the volume obtained directly from the total volume equation. To achieve this, the equations v_p , v_r , and v_t were fitted simultaneously using the Iterated Seemingly Unrelated Regression (ITSUR) method, implemented through the MODEL procedure in SAS/ETS® (SAS Institute, 2021).

Correction of heteroscedasticity and autocorrelation

Heteroscedasticity was addressed using weighted regression, with weights equal to the inverse of the variance of each observation (Parresol, 1999). The

$$d_i = c_1 \sqrt{h^{(k-b_1)/b_1} (1-q)^{(k-\beta)/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}}$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{a_0 Dn^{a_1} Ht^{a_2-k/b_1}}{b_1(r_0-r_1)+b_2(r_1-\alpha_1 r_2)+b_3 \alpha_1 r_2}};$$

$$\beta = b_1^{1-(I_1+I_2)} b_2^{I_1} b_3^{I_2}; \quad \alpha_1 = (1-p_1)^{\frac{(b_2-b_1)k}{b_1 b_2}}; \quad \alpha_2 = (1-p_2)^{\frac{(b_3-b_2)k}{b_2 b_3}};$$

$$r_0 = (1-h_{st}/Ht)^{k/b_1}; \quad r_1 = (1-p_1)^{k/b_1}; \quad r_2 = (1-p_2)^{k/b_2}$$

$I_1 = 1$ si $p_1 \leq q \leq p_2$; 0 en caso contrario

$I_2 = 1$ si $p_2 \leq q \leq 1$; 0 en caso contrario

donde: $p_1 = h_1/Ht$ y $p_2 = h_2/Ht$ son las alturas relativas a las que se producen los dos puntos de unión que supone el modelo; $q = h/Ht$, $k = \pi/40000$, h_{st} es la altura del tocón (m) y a_0 , a_2 , b_1 , b_3 , p_1 y p_2 son parámetros por estimar.

El modelo de Fang et al. (2000) también incluye una ecuación de volumen comercial (v_j) y otra de volumen total del fuste (v_j) mediante la integración directa de la función de perfil. Sus expresiones son las siguientes:

$$v_i = c_1^2 \cdot h^{k/b_1} \cdot (b_1 r_0 + (I_1+I_2)(b_2-b_1)r_1 + I_2(b_3-b_2)\alpha_1 r_2 - \beta(1-q)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2})$$

$$v_f = a_0 \cdot Dn^{a_1} \cdot Ht^{a_2}$$

En un primer paso se ajustaron modelos lineales y no lineales para estimar el volumen de las ramas (v_r) empleando Dn , Ht y cr como variables independientes. Los mejores resultados se obtuvieron con Dn y cr ; por lo tanto, se incluyeron dos nuevas ecuaciones, donde r_i son parámetros por estimar:

$$v_r = r_0 \cdot Dn^{r_1} \cdot cr^{r_2}$$

$$v_t = v_f + v_r = a_0 \cdot Dn^{a_1} \cdot Ht^{a_2} + r_0 \cdot Dn^{r_1} \cdot cr^{r_2}$$

Procedimiento de ajuste

El ajuste de los sistemas de ecuaciones compatibles considera algunos supuestos estadísticos que deben cumplirse, como asegurar la compatibilidad y la aditividad. La aditividad consiste en que la suma de los volúmenes estimados para las ramas y fuste debe ser igual al volumen obtenido directamente de la ecuación de volumen total. Para conseguir lo anterior, las ecuaciones de v_p , v_r y v_t se ajustaron de manera simultánea empleando el método de regresión iterativa aparentemente no relacionada (Iterated Seemingly Unrelated Regression, ITSUR), mediante el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute, 2021).

Corrección de heteroscedasticidad y autocorrelación

La heteroscedasticidad se corrigió utilizando regresión ponderada, con un peso igual a la inversa de la varianza

weighting factors used were $1/DBH^2cr$ for vr and $1/DBH^2Ht$ for vf and vt .

Autocorrelation in the longitudinal data was corrected using generalized nonlinear least squares, by expanding the error term through a second-order continuous autoregressive model [CAR(2)]:

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=x} l_k \rho_k^{h_{ij}-h_{ij-1}} e_{ij-k} + \varepsilon_{ij}$$

where,

e_{ij} = j -th ordinary residual of the i -th tree

e_{ij-k} = j -th ordinary residual of the i -kth tree

$l_k = 1$ for $j > k$ and 0 for $j \leq k$

ρ_k = autoregressive parameter of order k to be estimated

$h_{ij}-h_{ij-k}$ = distance between the j th- k th observations within each tree $h_{ij} > h_{ij-k}$

ε_{ij} = new error term under the assumption of independence.

The error structure expressed in the equation e_{ij} was simultaneously fitted along with the mean structure of the stem function using the MODEL procedure of the SAS/ETS® statistical software (SAS Institute, 2021).

Model fit evaluation

The goodness of fit of the models was assessed through both numerical and graphical analysis of the residuals. Bias, root mean square error (RMSE), and the coefficient of determination (R^2) estimated for nonlinear regression were examined (Ryan, 1997). In addition, model behavior was evaluated by analyzing d_i and v_i residuals at different relative heights, as well as by observing the evolution of bias and RMSE per diameter classes.

Results

Stem, branch, and total tree volume equations

Initially, the system of equations was fitted without expanding the error term (ρ), in order to account for autocorrelation. A clear trend in d_i residuals was observed (Figure 3a). After correcting for autocorrelation, the trend disappeared (Figure 3c), and highly significant parameters ($p < 0.0001$) were obtained.

The parameter estimates and their standard errors, as well as the goodness-of-fit statistics for the simultaneously fitted equations, are presented in Table 2. The final form of the stem, branch, and total tree volume equations were as follows:

de cada observación (Parresol, 1999). Los factores de ponderación considerados fueron $1/Dn^2cr$ para vr y $1/Dn^2Ht$ para vf y vt .

La autocorrelación de los datos longitudinales se corrigió utilizando mínimos cuadrados generalizados no lineales y expandiendo el término del error mediante un modelo autorregresivo continuo de orden 2 [CAR(2)]:

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=x} l_k \rho_k^{h_{ij}-h_{ij-1}} e_{ij-k} + \varepsilon_{ij}$$

donde,

e_{ij} = j -th residuo ordinario del i -th árbol

e_{ij-k} = j -th residuo ordinario del i -kth árbol

$l_k = 1$ para $j > k$ y 0 para $j \leq k$

ρ_k = parámetro autorregresivo de orden k a ser estimado

$h_{ij}-h_{ij-k}$ = distancia que separa la j th- k th observación dentro de cada árbol $h_{ij} > h_{ij-k}$

ε_{ij} = nuevo término del error bajo la condición de independencia.

La estructura del error expresada en la ecuación de e_{ij} se ajustó simultáneamente con la estructura de la media de la función de perfil mediante el procedimiento MODEL del programa estadístico SAS/ETS® (SAS Institute, 2021).

Evaluación del ajuste del modelo

La bondad de ajuste de los modelos se evaluó a través del análisis numérico y gráfico de los residuos. Se examinaron el sesgo, la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el coeficiente de determinación (R^2) estimado para regresión no lineal (Ryan, 1997). Además, el comportamiento de las ecuaciones se evaluó mediante el análisis de los residuos d_i y v_i a diferentes alturas relativas, así como a través de la evolución del sesgo y el REMC por categoría de diámetro.

Resultados

Ecuaciones de volumen del fuste, ramas y árbol total

Inicialmente, el sistema de ecuaciones se ajustó sin expandir el término del error (ρ), a fin de tener en cuenta la autocorrelación, y se observó una clara tendencia de los residuos d_i (Figura 3a). Tras corregir la autocorrelación, la tendencia desapareció (Figura 3c) y se obtuvieron parámetros altamente significativos ($p < 0.0001$).

Los estimadores de los parámetros y sus errores estándar, así como los estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones ajustadas simultáneamente

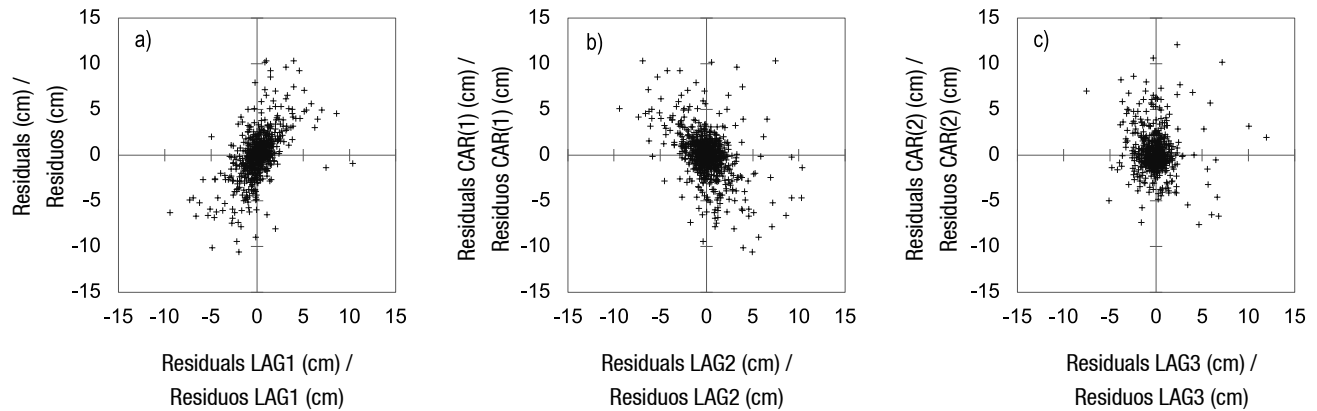


Figure 3. Diameter residuals (d_i , cm) of *Juniperus coahuilensis* vs. lagged residuals (LAG) for the Fang et al. (2000) model fitted without accounting for autocorrelation (a) and using a continuous first- and second-order autoregressive model (b and c).

Figura 3. Residuos de diámetro (d_i , cm) de *Juniperus coahuilensis* frente a residuos con retrasos (LAG) para el modelo de Fang et al. (2000) ajustado sin tener en cuenta la autocorrelación (a) y utilizando un modelo autorregresivo continuo de primer y segundo orden (b y c).

$$v_f = 0.00026 \cdot \text{DBH}^{1.552646} \cdot \text{Ht}^{0.658212}$$

$$v_r = 0.001465 \cdot \text{DBH}^{1.26646} \cdot \text{cr}^{0.610324}$$

$$v_t = v_f + v_r = 0.00026 \cdot \text{DBH}^{1.552646} \cdot \text{Ht}^{0.658212} + 0.001465 \cdot \text{DBH}^{1.26646} \cdot \text{cr}^{0.610324}$$

All parameters were significant at the 1 % level. The percentage of variance explained by the models was 85.7 %, 45.3 %, and 82.6 % for stem volume, branch volume, and total tree volume, respectively. The RMSE values were 0.00013 m³ (v_f), 0.00023 m³ (v_r) and 0.00015 m³ (v_t).

Figure 4 shows the bias and RMSE of the volume estimates for the stem, branches, and total volume per diameter class. A similar pattern was observed for all three volume types, that is, a shift in bias from positive to negative as the diameter class increased, with a positive bias for the thickest trees. The RMSE values for branch volume estimates increased in the 5 to 15 cm classes and then decreased as tree diameter increased. In contrast, the RMSE for stem volume and total volume increased steadily up to the 25 cm class and then decreased in the 30 cm class.

Table 2 also presents the parameters and goodness-of-fit statistics (RMSE and R²) for d_i and v_i . The equations explained 92 % and 98 % of the variation in diameter and volume along the stem, respectively. The system's accuracy in estimating d_i was 1.69 cm, while for v_i it was 0.002 m³. Figure 5 shows the residuals of d_i and v_i per relative height category, where no trend indicating heteroscedasticity issues was observed.

se presentan en el Cuadro 2. La forma final de las ecuaciones de volumen del fuste, de ramas y volumen total del árbol fue la siguiente:

$$v_f = 0.00026 \cdot \text{Dn}^{1.552646} \cdot \text{Ht}^{0.658212}$$

$$v_r = 0.001465 \cdot \text{Dn}^{1.26646} \cdot \text{cr}^{0.610324}$$

$$v_t = v_f + v_r = 0.00026 \cdot \text{Dn}^{1.552646} \cdot \text{Ht}^{0.658212} + 0.001465 \cdot \text{Dn}^{1.26646} \cdot \text{cr}^{0.610324}$$

Todos los parámetros resultaron significativos a un nivel de 1 %. El porcentaje de varianza explicado por los modelos fue 85.7, 45.3 y 82.6 % para el volumen del fuste, de las ramas y total, respectivamente, mientras que los valores de REMC fueron de 0.00013 m³ (v_f), 0.00023 m³ (v_r) y 0.00015 m³ (v_t).

La Figura 4 muestra el sesgo y el REMC de las estimaciones del volumen del fuste, de las ramas y el volumen total por clase diamétrica. Se observó un patrón similar para los tres tipos de volumen; es decir, un sesgo cambiante de positivo a negativo a medida que aumentaba la clase diamétrica, con un sesgo positivo para los árboles más gruesos. Los valores de REMC para las estimaciones de volumen de ramas aumentó en las clases de 5 a 15 cm y luego disminuyó conforme el diámetro del árbol aumentó. Por el contrario, el REMC del volumen del fuste y del volumen total aumentó de forma constante hasta la clase de 25 cm para luego disminuir en la clase de 30 cm.

El Cuadro 2 también muestra los parámetros y los estadísticos de bondad de ajuste (REMC y R²) para d_i y v_i . Las ecuaciones explicaron 92 y 98 % de la variación del diámetro y el volumen a lo largo del fuste,

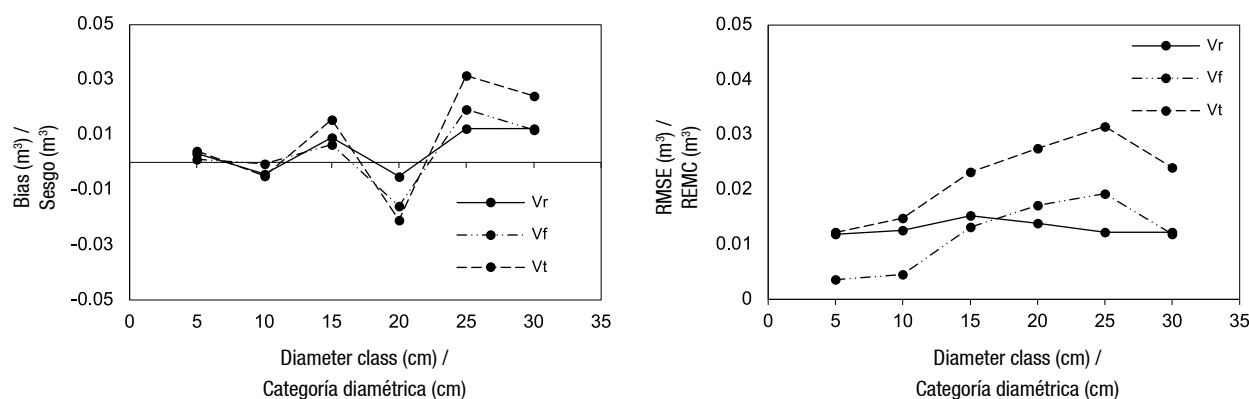


Figure 4. Bias and root mean square error (RMSE) of the volume estimates for stem (*vf*), branches (*vr*), and total volume (*vt*) per diameter class for *Juniperus coahuilensis*.

Figura 4. Sesgo y raíz del error medio cuadrático (REMC) de las estimaciones del volumen del fuste (*vf*), ramas (*vr*) y total (*vt*) por clase de diámetro de *Juniperus coahuilensis*.

Table 2. Parameter estimates and goodness-of-fit statistics for the simultaneously fitted volume equations for *Juniperus coahuilensis*.

Cuadro 2. Estimadores de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones de volumen ajustadas simultáneamente para *Juniperus coahuilensis*.

Parameters / Parámetros	Equation / Ecuación				
	d_i (cm)	v_i (m ³)	v_r (m ³)	v_b (m ³)	v_t (m ³)
b1	0.000013 (0.00000)	0.000013 (0.00000)			
b2	0.000020 (0.00000)	0.000020 (0.00000)			
b3	0.000025 (0.00001)	0.000025 (0.00001)			
p1	0.095110 (0.00489)				
p2	0.525960 (0.03210)				
a0			0.000260 (0.00000)		0.000260 (0.00000)
a1			1.552646 (0.00705)		1.552646 (0.00705)
a2			0.658212 (0.01610)		0.658212 (0.01610)
r0				0.001465 (0.00010)	0.001465 (0.00010)
r1				1.26646 (0.03360)	1.26646 (0.03360)
r2				0.610324 (0.10880)	0.610324 (0.10880)
Bias / Sesgo	-0.08	-0.00005	0.00017	-0.00024	0.00026
RMSE / REMC	1.6994	0.0019	0.00013	0.00023	0.00015
R ²	0.921	0.989	0.857	0.453	0.826

Standard errors of the estimates are shown in parentheses. d_i = diameter, v_i = merchantable volume, v_r = stem volume, v_b = branch volume, v_t = total tree volume (stem volume + volume of large branches). RMSE: Root Mean Square Error.

Entre paréntesis se indica el error estándar de los estimadores. d_i = diámetro, v_i = volumen comercial, v_r = volumen del fuste, v_b = volumen de ramas, v_t = volumen total árbol (volumen del fuste + volumen de ramas gruesas). REMC: raíz del error medio cuadrático.

The bias showed a similar trend in both equations, with values generally remaining around the zero line, except at relative heights above 80 %, where a positive bias was observed. Additionally, the accuracy of the d_i equation improved as the height above the stump increased, with the mean error near the base of the tree close to 3 cm, while at the top of the tree it was less than 0.5 cm. The accuracy of the merchantable volume equation remained consistent in all relative height categories, with an RMSE below 0.005 m³ in all cases (Figure 6).

Discussion

During the development of this study, no volume equation systems were found for similar species in arid or semi-arid zones; however, models have been developed for other species. For example, in pine-oak forests in Durango, Cruz et al. (2012) and Vargas et al. (2012) generated stem volume equations for *J. deppeana*, with R² values of 0.94 and 0.96 and RMSEs of 0.101 and 0.052 m³, respectively. The quality of their model fits was superior to that observed in the present study (Table 2). Later, Vargas-Larreta et al. (2017) developed compatible taper-volume equations for more than 80 pine and oak species, as well as for 11 tropical

respectivamente. La precisión del sistema al estimar d_i fue 1.69 cm, mientras que para v_i fue 0.002 m³. La Figura 5 muestra los residuos de d_i y v_i por categoría de altura relativa, donde no se observó tendencia que indicara problemas de heteroscedasticidad.

El sesgo mostró una tendencia similar en ambas ecuaciones, donde los valores permanecen siempre alrededor de la línea del cero, excepto para alturas relativas superiores al 80 % (sesgo positivo). Por otra parte, la precisión de la ecuación de d_i fue mayor a medida que aumentó la altura por encima del tocón, ya que el error medio en la base del árbol fue cercano a los 3 cm, mientras que en la copa del árbol fue inferior a 0.5 cm. La precisión de la ecuación de volumen comercial fue constante en todas las categorías de altura relativa, con un REMC inferior a 0.005 m³ en todos los casos (Figura 6).

Discusión

Durante el desarrollo de este estudio no se encontraron sistemas de ecuaciones de volumen para especies similares en zonas áridas o semiáridas; sin embargo, se han desarrollado modelos para otras especies. Por ejemplo, en bosques de pino-encino en Durango, Cruz

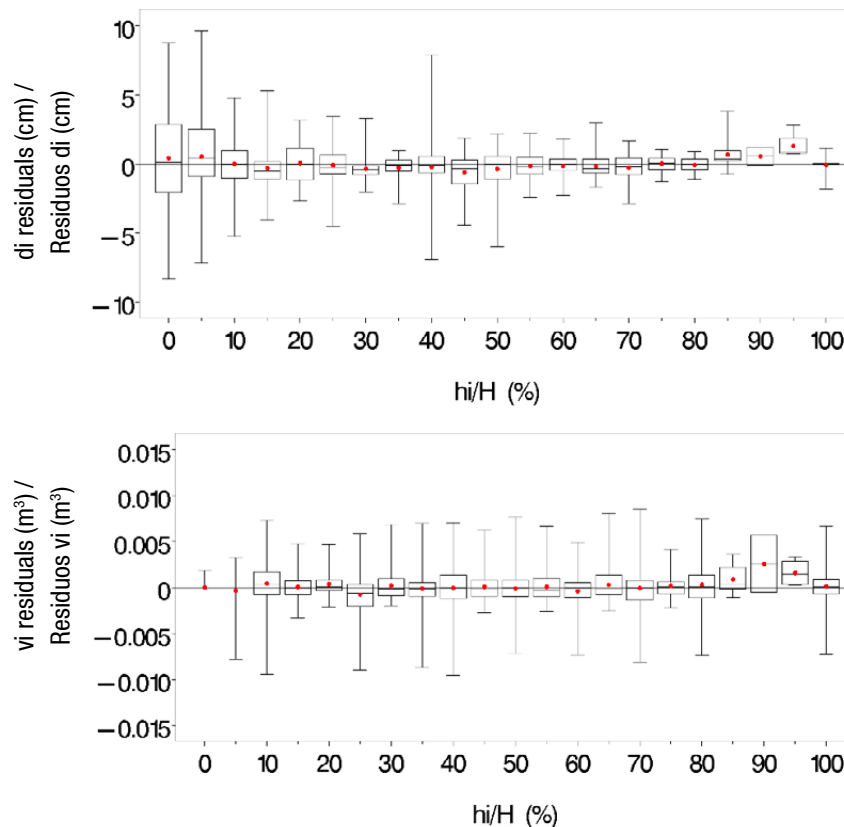


Figure 5. Residuals of diameter (d_i) and volume (v_i) against relative height classes (%) for *Juniperus coahuilensis*. The red point represents the mean prediction error.

Figura 5. Residuos de diámetro (d_i) y volumen (v_i) frente a las clases de altura relativa (%) de *Juniperus coahuilensis*. El punto rojo representa la media de los errores de predicción.

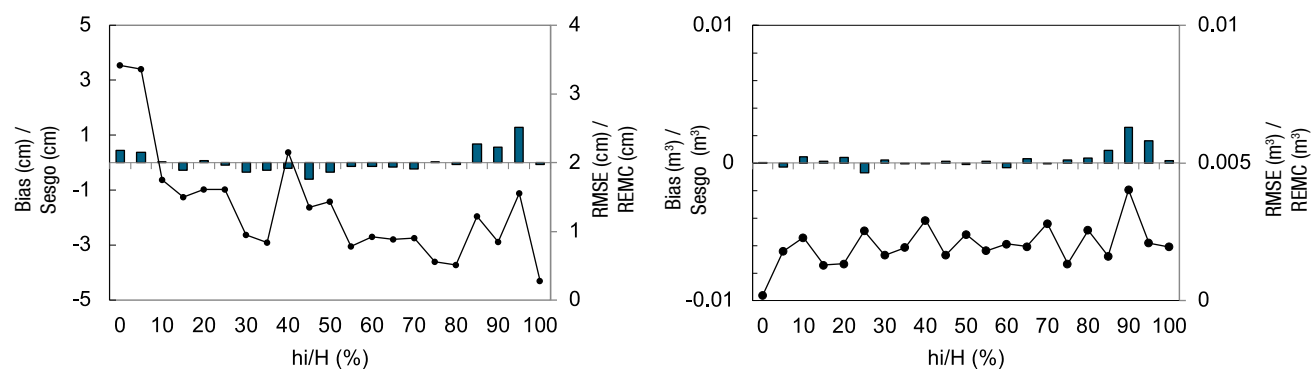


Figure 6. Bias (bars) and root mean square error (RMSE, line) for diameter (d_i , left) and merchantable volume (v_i , right) per relative height classes (hi/H) of *Juniperus coahuilensis*.

Figura 6. Sesgo (barras) y raíz del error medio cuadrático (REMC, línea) para diámetro (d_i , izquierda) y volumen comercial (v_i , derecha) por clases de altura relativa (hi/H) de *Juniperus coahuilensis*.

species, based on the model by Fang et al. (2000), and reported goodness-of-fit values similar to those in this study. Similar results were obtained by Corral-Rivas et al. (2017) and Simental-Cano et al. (2017). On the other hand, in tropical forests of southeastern Mexico, López-Martínez et al. (2020) developed a compatible volume system for the 11 most important species using the same modeling approach, and their model fits yielded results similar to those obtained for *J. coahuilensis*.

The model developed by Fang et al. (2000) includes two inflection points (p_1 and p_2) and describes both the diameter along the stem and the height to a specific diameter. The first inflection point is located near breast height diameter, and the second occurs higher up the stem. In *J. coahuilensis*, the parameter p_1 was located at 10.3 % of the tree's total height, a value higher than those reported for *Pinus durangensis* Martínez (4.3 %; Cruz-Cobos et al., 2023), *Pinus cooperi* var. *ornelasii* (Martínez) Blanco (4.6 %; Corral-Rivas et al., 2017), and other pine species (4.7 %; Quiñonez-Barraza et al., 2014), but similar to that obtained for *P. sylvestris* L. (10.3 %; Diéguez-Aranda et al., 2006). The second inflection point (p_2) was found at 64 % of the tree's total height, which is consistent with the values observed for tropical species in southeastern Mexico (55–92 %; López-Martínez et al., 2020), *P. sylvestris* (60.7 %; Diéguez-Aranda et al., 2006), *P. leiophylla* Schltdl. & Cham. (60 %; Quiñonez-Barraza et al., 2014), *P. cooperi* (69.9 %; Cruz-Cobos et al., 2023), and *P. durangensis* (75 %; Cruz-Cobos et al., 2023). Although no similar studies were found for *J. coahuilensis*, the two inflection points appear to be suitable for describing the profile of its stem.

The taper function estimated the bark diameter in the lower part of *J. coahuilensis* trees with less accuracy, likely because this species sometimes has an irregular trunk or multiple stems, which may explain the biases

et al. (2012) y Vargas et al. (2012) generaron ecuaciones de volumen fustal para *J. deppeana* con valores de R^2 de 0.94 y 0.96 y REMC de 0.101 y 0.052 m³, respectivamente; la calidad de los ajustes de estos autores fue superior a la observada en el presente trabajo (Cuadro 2). Más tarde, Vargas-Larreta et al. (2017) desarrollaron ecuaciones de ahusamiento-volumen compatibles para más de 80 especies de pino y encino y 11 especies tropicales, basadas en el modelo de Fang et al. (2000), y reportaron valores de bondad de ajuste similares a los de este estudio; de igual forma sucedió con los ajustes de Corral-Rivas et al. (2017) y Simental-Cano et al. (2017). Por otra parte, en bosques tropicales del sureste de México, López-Martínez et al. (2020) desarrollaron un sistema de volumen compatible para las 11 especies más importantes con el mismo enfoque de modelación y con resultados de ajuste similares a los de *J. coahuilensis*.

El modelo de Fang et al. (2000) incluye dos puntos de inflexión (p_1 y p_2) y describe tanto el diámetro a lo largo del fuste como la altura hasta un diámetro específico. El primero se localiza cerca del diámetro normal y el segundo en un punto superior del fuste. En *J. coahuilensis*, el parámetro p_1 se localizó a 10.3 % de la altura total del árbol, valor superior a los reportados para *Pinus durangensis* Martínez (4.3 %; Cruz-Cobos et al., 2023), *Pinus cooperi* var. *ornelasii* (Martínez) Blanco (4.6 %; Corral-Rivas et al., 2017) y otras especies de pino (4.7 %; Quiñonez-Barraza et al., 2014), pero similar al obtenido para *P. sylvestris* L. (10.3 %; Diéguez-Aranda et al., 2006). El segundo punto de inflexión (p_2) se obtuvo a 64 % de la altura total del árbol, en concordancia con los valores encontrados en especies tropicales del sureste de México (55-92 %, López-Martínez et al., 2020), *P. sylvestris* (60.7 %; Diéguez-Aranda et al., 2006), *P. leiophylla* Schltdl. & Cham. (60 %; Quiñonez-Barraza et al., 2014), *P. cooperi* (69.9 %; Cruz-Cobos et al., 2023) y *P. durangensis* (75 %; Cruz-Cobos et al., 2023). No se encontraron estudios

associated with this portion of the tree. However, this lack of precision in the lower part of the tree has also been observed in other species. For example, Rodríguez and Broto (2003) reported lower accuracy and higher bias in the lower sections of *Quercus pirenaica* Willd., *Populus euramericana* (Dode) Guinier and *Fagus sylvatica* L. in Castilla and León, Spain, which they attributed to the relatively larger diameters in this part of the stem and the high variability in tree shape. Modeling this portion of the stem has also proven challenging for conifer species; for instance, Diéguez-Aranda et al. (2006) found reduced accuracy and increased bias at relative heights below 15 % in taper models for *P. sylvestris*. As in the present study, the accuracy of the taper equation improved in the portion of the stem between 10 and 60 % of total tree height (Figure 5), which corresponds to the most cylindrical part of the trees, showing a mean bias < 0.05 cm and average RMSE values < 1 cm.

The RMSE associated with estimating volume up to a specified diameter or height (commercial volume) remained consistent for all diameter classes (maximum RMSE < 0.005 m³). Although the goodness-of-fit values were lower than those reported in other studies – primarily for conifer species (Guzmán-Santiago et al., 2022; Tamarit-Urías et al., 2014; Tang et al., 2016) – the taper function by Fang et al. (2000) generally performed well for estimating both commercial and total stem volume for all tree size classes included in the sample.

On the other hand, modeling branch volume is challenging (González-Benecke et al., 2022), mainly due to the wide variety of crown structures, sizes, and shapes. As reported in other studies (García-Espinoza et al., 2018; Vega-Nieva et al., 2015), the accuracy of the branch volume equation was low, with RMSE = 0.00023 m³ and R² = 0.45. These goodness-of-fit values are similar to those found by Corral-Rivas et al. (2017), Gómez-García et al. (2015), Jiménez et al. (2013), and López-Martínez et al. (2020). Unlike previous studies that used only *DBH* as the independent variable in the branch volume equation, the equation developed in this study also includes crown ratio (*cr*). This additional variable more accurately explains the variability in branch volume, as crown architecture is directly influenced by stand density, as well as by slope and aspect (Hernández-Ramos et al., 2022).

Conclusions

This study presents the first compatible system of equations that simultaneously estimates stem volume, branch volume, commercial volume, and total tree volume. It also describes the stem taper of individual *Juniperus coahuilensis* trees in arid regions. The choice of equations will depend on their intended application.

similares para *J. coahuilensis*; sin embargo, los dos puntos de inflexión parecen ser adecuados para describir el perfil de su fuste.

La función de perfil estimó con menor precisión el diámetro con corteza en la parte inferior de los árboles de *J. coahuilensis*, debido probablemente a que en ocasiones esta especie presenta tronco tortuoso o tiene varios fustes, lo que explicaría los sesgos asociados a esta parte del árbol; sin embargo, esta falta de precisión de la función de perfil en la parte inferior de los árboles también se ha observado en otras especies. Por ejemplo, Rodríguez y Broto (2003) observaron menor precisión y mayor sesgo en las partes bajas de árboles de *Quercus pirenaica* Willd., *Populus euramericana* (Dode) Guinier y *Fagus sylvatica* L. en Castilla y León (España), lo que atribuyeron a los diámetros relativamente mayores en esta parte del fuste y a la alta variabilidad en la forma del árbol. La dificultad de modelizar esta parte del tronco también se ha documentado para especies de coníferas; por ejemplo, Diéguez-Aranda et al. (2006) encontraron menor precisión y mayor sesgo a alturas relativas inferiores a 15 % en modelos de perfil para *P. sylvestris*. Al igual que en este estudio, la precisión de la ecuación de perfil aumentó en la parte del fuste comprendida entre 10 y 60 % de la altura total (Figura 5), que corresponde a la parte más cilíndrica de los árboles, con sesgo medio < 0.05 cm y valores medios de REMC < 1 cm.

El REMC asociado a la estimación del volumen hasta un diámetro o altura límite (volumen comercial) se mantuvo constante en todas las clases diamétricas (REMC máximo < 0.005 m³). Aunque los valores de bondad de ajuste fueron inferiores a los reportados en otros estudios, principalmente para especies de coníferas (Guzmán-Santiago et al., 2022; Tamarit-Urías et al., 2014; Tang et al., 2016), en general, la función de ahusamiento de Fang et al. (2000) mostró buen comportamiento para la estimación del volumen comercial y total del fuste para todos los tamaños de árboles incluidos en la muestra.

Por otra parte, la modelización del volumen de ramas de los árboles es complicada (González-Benecke et al., 2022), debido principalmente a la variedad de estructuras, tamaños y formas de las copas de los árboles. Como se ha reportado en otros estudios (García-Espinoza et al., 2018; Vega-Nieva et al., 2015), la precisión de la ecuación de volumen de ramas fue baja con valores de REMC = 0.00023 m³ y R² = 0.45. Estos valores de bondad de ajuste son similares a los señalados por Corral-Rivas et al. (2017), Gómez-García et al. (2015), Jiménez et al. (2013) y López-Martínez et al. (2020). A diferencia de los estudios anteriores en los que solo se utilizó el *Dn* como variable independiente en la ecuación de volumen de ramas, la ecuación desarrollada en este estudio también incluye la razón

The total volume equation simplifies calculations and is recommended when product classification by commercial use is not required. The new commercial volume equation will be useful for species management, as the authorized volume allocation for *táscate* is typically divided into 70 % for secondary products and 30 % as waste. This equation will enable more accurate validation of that proportion and will provide technical support to the authority (SEMARNAT) in issuing legal documentation. Additionally, the equation system can enhance carbon monitoring in arid ecosystems by reducing errors in volume estimates.

Acknowledgments

To the Association of Silviculturists of FMU 1013 for funding the project, as well as for their logistical and technical support throughout its implementation.

Declaration of conflicts of interest

The authors declare that they have no economic conflicts of interest or known personal relationships that could have influenced the research presented in this article.

End of English version

References

- Avery, T. E., & Burkhart, H. E. (2002). *Forest measurements* (5th ed.). McGraw-Hill.
- Bi, H. (2000). Trigonometric variable-form taper equations for *Australian eucalyptus*. *Forest Science*, 46(3), 397 – 409. <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.3.397>
- Corral-Rivas, J. J., Vega-Nieva, D. J., Rodríguez-Soalleiro, R., López-Sánchez, C. A., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., Álvarez-González, J. G., & Ruiz-González, A. D. (2017). Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. *Forests*, 8(11), 417. <https://doi.org/10.3390/f8110417>
- Cruz-Cobos, F., Quiñonez-Barraza, G., Hernández-Merino, V., Corral-Rivas, S., & Nava-Nava, A. (2023). Sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial para dos especies de *Pinus* en Durango, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 14(77), 76 – 102. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v14i77.1383>
- Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., & Rojo, A. (2006). Compatible taper function for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 36(5), 1190 – 1205. <https://doi.org/10.1139/x06-008>
- Encina-Domínguez, J. A., Villarreal-Quintanilla, J. A., Estrada-Castillón, E., & Rueda-Moreno, O. (2019). Situación actual de la vegetación de la Sierra de Zapalinamé, Coahuila, México. *Botanical Sciences*, 97(4), 630 – 648. <https://doi.org/10.17129/botsci.2213>

de copa (cr). Esta variable adicional explica de manera más precisa la variabilidad del volumen de ramas, ya que la arquitectura de las copas de los árboles está directamente influenciada por la densidad del rodal, así como por la pendiente y la exposición del terreno (Hernández-Ramos et al., 2022).

Conclusiones

Este estudio presenta el primer sistema de ecuaciones compatibles que estima simultáneamente el volumen del fuste, ramas, comercial y total del árbol; además, describe el perfil del fuste de árboles individuales de *Juniperus coahuilensis* en zonas áridas. La selección de las ecuaciones dependerá del uso principal al que estén destinadas. La ecuación de volumen total simplifica los cálculos, por lo que se recomienda cuando no se requiera clasificar productos por destinos comerciales. La nueva ecuación de volumen comercial será útil para el manejo de la especie, ya que la distribución autorizada del volumen de táscate suele asignarse en 70 % a productos secundarios y 30 % como desperdicio. Esta ecuación permitirá validar dicha proporción con mayor precisión y respaldará técnicamente a la autoridad (SEMARNAT) en la emisión de documentación legal. El sistema de ecuaciones también puede mejorar el monitoreo del carbono en ecosistemas áridos al reducir errores en estimaciones de volumen.

Agradecimientos

A la Asociación de Silvicultores de la UMAFOR 1013 por el financiamiento del proyecto, así como por el apoyo logístico y técnico para su ejecución.

Declaración de conflictos de intereses

Los autores declaramos que no existe ningún conflicto de intereses financieros, personales ni en cuanto a la presentación de la información y resultados de este artículo.

Fin de la versión en español

- Fang, Z., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2000). Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46(1), 1 – 12. <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.1.1>
- Farjon, A., & Filer, D. (2013). *An atlas of the world's conifers. An analysis of their distribution, biogeography, diversity and conservation status*. Brill Academic Publishers. <http://doi.org/10.1163/9789004211810>
- Flores-Morales, E. A., Rodríguez-Alemán, A. C., Aguirre-Calderón, O. A., Alanís-Rodríguez, E., & Quiñonez-Barraza, G. (2021). Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus*

- pseudostrobus* Lindl. en el ejido Corona del Rosal, Nuevo León, México. *Madera y Bosques*, 27(2), e2722130. <https://doi.org/10.21829/myb.2021.2722130>
- García, E. (1981). *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen* Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Geografía. <http://www.publicaciones.igg.unam.mx/index.php/ig/catalog/view/83/82/251-1>
- García-Espinoza, G. G., Aguirre-Calderón, O. A., Quiñonez-Barraza, G., Alanís-Rodríguez, E., De Los Santos-Posadas, H. M., & García-Magaña, J. J. (2018). Taper and volume systems based on ratio equations for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Mexico. *Forests*, 9(6), 344. <https://doi.org/10.3390/f9060344>
- Gómez-García, E., Crecente-Campo, F., Barrio-Anta, M., & Diéguez-Aranda, U. (2015). A disaggregated dynamic model for predicting volume, biomass and carbon stocks in even-aged pedunculate oak stands in Galicia (NW Spain). *European Journal of Forest Research*, 134, 569–583. <https://doi.org/10.1007/s10342-015-0873-3>
- González-Benecke, C. A., Fernández, M. P., Gayoso, J., Pincheira, M., & Wightman, M. G. (2022). Using tree height, crown area and stand-level parameters to estimate tree diameter, volume, and biomass of *Pinus radiata*, *Eucalyptus globulus* and *Eucalyptus nitens*. *Forests*, 13(12), 2043. <https://doi.org/10.3390/f13122043>
- Guzmán-Santiago, J. C., Vargas-Larreta, B., Gómez-Cárdenas, M., & Quiñonez-Barraza, G. (2022). Función abusamiento-volumen comercial de *Abies religiosa* (Kunth) Schltld. & Cham. en varias regiones de México. *Colombia Forestal*, 25(1), 77–94. <https://doi.org/10.14483/2256201x.17814>
- Hernández, F. J., Simental-Serrano, L. A., Hernández-Díaz, J. C., Wehenkel, C. A., Prieto-Ruiz, J. Á., & Nájera-Luna, J. A. (2023). Ratio volume equations of *Pinus oocarpa* Schiede ex Schltld. from Nayarit State, Mexico. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 14(78), 117–140. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v14i78.1330>
- Hernández-Ramos, J., Reyes-Hernández, V. J., & Beltrán-Rodríguez, L. (2022). La copa como indicador fotosintético relevante en el manejo forestal de bosques templados. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 13(74), 4–33. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v13i74.1267>
- Husch, B., Miller, C. I., & Beers, T. W. (1982). *Forest mensuration*. Krieger Publishing Company. <https://www.scrip.org/reference/refere ncespapers?referenceid=1650226>
- Jiménez, E., Vega, J., Fernández-Alonso, J., Vega-Nieva, D., Álvarez-González, J., & Ruiz-González, A. (2013). Allometric equations for estimating canopy fuel load and distribution of pole-size maritime pine trees in five Iberian provenances. *Canadian Journal of Forest Research*, 43, 149–158. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2012-0374>
- Li, D., Jia, W., Guo, H., Sun, Y., & Wang, F. (2024). Compatible taper and volume systems for *Larix olgensis* and *Larix kaempferi* in northeast China. *European Journal of Forest Research*, 143(1), 65–79. <https://doi.org/10.1007/s10342-023-01611-7>
- López-Martínez, J. O., Vargas-Larreta, B., Aguirre-Calderón, O. A., Aguirre-Calderón, C. G., Macario-Mendoza, P. A., Martínez-Salvador, M., & Álvarez-González, J. G. (2020). Compatible taper-volume systems for major tropical species in Mexico. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 93(1), 56–74. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpz033>
- Lumbres, R. I., Abino, A. C., Pampolina, N. M., Calora, J. F., & Lee, Y. J. (2016). Comparison of stem taper models for the four tropical tree species in Mount Makiling, Philippines. *Journal of Mountain Science*, 13, 536–545. <https://doi.org/10.1007/s11629-015-3546-2>
- Niembro, R. A., Vázquez T. A., & Sánchez, S. O. (2010). Árboles de Veracruz. 100 especies para la reforestación estratégica. Gobierno del Edo. de Veracruz, Xalapa, Veracruz.
- Parresol, B. R. (1999). Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. *Forest Science*, 45(4), 573–593. <https://doi.org/10.1093/forestscience/45.4.573>
- Prestadores de Servicios Profesionales, Agroforestales y Empresariales de Durango (PSPAED). (2009). *Estudio regional forestal UMAFOR 1013, Semidesierto Duranguense*. <http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/mapaLista/>
- Quiñonez-Barraza, G., De los Santos-Posadas, H., Álvarez-González, J., & Velázquez-Martínez, A. (2014). Compatible taper and merchantable volume system for major pine species in Durango, Mexico. *Agrociencia*, 48, 553–567. <https://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v48n5/v48n5a8.pdf>
- Rendón, A., Dorantes, F., Mejía, S., & Alamilla, L. (2021). Características macroscópicas, propiedades y usos de la madera de especies nativas y exóticas en México. Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO). México.
- Rodríguez, P., & Broto, M. (2003). *Ecuaciones de volumen comercial para las principales especies maderables de Castilla y León*. CESEFOR. <https://pfcyl.es/sites/default/files/biblioteca/documentos/cubifor.pdf>
- Rodríguez-Carrillo, A., Cruz-Cobos, F., Vargas-Larreta, B., & Hernández, F. J. (2015). Compatible dominant height-site index model for juniper (*Juniperus deppeana* Steud.). *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 21(1), 97–108. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2014.09.041>
- Rodríguez-Trejo, D. A., & Vázquez-Soto, E. F. (2021) *Juniperus* L. (Cupressaceae). In D. A. Rodríguez-Trejo (Ed.), *Semillas de especies forestales* (pp. 146–157). Universidad Autónoma Chapingo.
- Ryan, T. P. (1997). *Modern regression methods*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9780470382806>
- SAS Institute Inc. (2021). *SAS/ETS 9.4 user's guide*. SAS Institute Inc. https://www.sas.com/en_us/home.html
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT). (2013). *Inventario estatal forestal y de suelos del estado de Durango*. <https://old-snigf.cnf.gob.mx/producto/resultados-del-inventario-estatal-de-durango/>
- Silva-García, J. E., Aguirre-Calderón, O. A., Alanís-Rodríguez, E., & González-Tagle, M. A. (2018). Ecuaciones de volumen para *Prosopis articulata* S. Watson y *Lysiloma divaricata* (Jacq.) JF Macbr. en el noroeste de México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 9(50), 415–438. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i50.261>
- Simental-Cano, B., López-Sánchez, C. A., Wehenkel, C., Vargas-Larreta, B., Álvarez-González, J. G., & Corral-Rivas, J. J. (2017). Species-specific and regional volume models for 12 forest species

- in Durango, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(2), 155 – 171. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2016.01.004>
- Tamarit-Urías, J. C., De los Santos-Posadas, H. M., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J. R., Ramírez-Maldonado, H., & Guerra-De la Cruz, V. (2014). Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(21), 58 – 74. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v5i21.358>
- Tang, X., Pérez-Cruzado, C., Fehrmann, L., Álvarez-González, J. G., Lu, Y., & Kleinn, C. (2016). Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. *PLoS ONE*, 11(1), e0147610. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0147610>
- Vargas, L. B., Cobos, C. F., & Corral, R. J. (2012). Validación y calibración del sistema biométrico utilizado en la elaboración de los programas de manejo forestal maderable de la UMAFOR 1008 “El Salto”. Informe Técnico. Comisión Nacional Forestal.
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., Treviño-Garza, E. J., Martínez-Salvador, M., & Aguirre-Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Forest biometric system for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437 – 455. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2017.06.040>
- Vega-Nieva, D., Valero, E., Picos, J., & Jiménez, E. (2015). Modeling the above and belowground biomass of planted and coppiced *Eucalyptus globulus* stands in NW Spain. *Annals of Forest Science*, 72, 967 – 980. <https://doi.org/10.1007/s13595-015-0493-6>